DECISIONES DE PRECIO EN ALTA INFLACION: UNA REVISION

Carlos E. Paredes

Este documento presenta algunos resultados del trabajo de investigación realizado por el Programa de Análisis de Políticas Macroeconómicas de GRADE con el apoyo financiero del Centro Internacional de Investigación para el Desarrollo de Canadá (CIID).

El autor de este documento es investigador principal del Grupo de Análisis para el Desarrollo e investigador asociado al Brookings Institution, Washington, D.C.

CONTENIDO

DECISIONES DE PRECIO EN ALTA INFLACION: UNA REVISION

Resumen

En este artículo se revisa y modifica un modelo de determinación de precios en un entorno de alta inflación e incertidumbre. Dicho modelo fue originalmente propuesto por Roberto Frenkel en 1979. Se parte del supuesto que la decisión de precios es resultado de un proceso de optimización; por lo tanto, los cambios en la tasa de inflación pueden ser conceptualizados como respuestas óptimas de los productores a diferentes shocks a la economía.

El presente artículo se centra en el análisis de los efectos de cambios en el nivel de incertidumbre sobre la tasa "óptima" de inflación y propone una línea de investigación para comprobar la validez empírica del modelo.

DECISIONES DE PRECIO EN ALTA INFLACION: UNA REVISION

INTRODUCCION

En un artículo publicado en la revista Desarrollo Económico, Roberto Frenkel presentó un modelo de determinación de precios de corto plazo en un contexto de alta inflación e incertidumbre.[1] Lo novedoso del artículo es que presenta un modelo de optimización para la determinación del mark-up. El modelo supone explícitamente la existencia de un lapso entre la acción de producir y la acción de vender, y permite conceptualizar los efectos inflacionarios de diferentes shocks a la economía como respuestas óptimas de los agentes económicos a esos (los cambios en la tasa de interés o shocks que afecten el grado de incertidumbre que tienen los agentes con respecto a la inflación futura, constituyen ejemplos de estos shocks).

El objetivo de esta artículo es hacer dos correcciones a la presentación original; es más, se demuestra que las conclusiones de Frenkel en cuanto a los efectos de cambios en el grado de incertidumbre respecto de la inflación futura en la decisión óptima de precios y en cuanto a la supuesta existencia de fórmulas óptimas alternativas de incremento en los precios,

---

[1] Ver Frenkel (1979).

no son del todo correctas. Luego de presentar las dos correcciones, se plantea una línea de investigación para comprobar la validez empírica del modelo bajo análisis.

I. EL MODELO

Esta sección presenta los puntos esenciales del modelo; se emplea la versión de Paredes (1986) sin dejar de lado la nomenclatura original. El objetivo del modelo es analizar los diferentes factores que determinan el precio de venta fijado por el productor. El supuesto esencial para el análisis es la existencia de un lapso (de magnitud "h") entre el momento "t-h" en el cual el empresario produce y decide su precio de venta y el momento "t" en que la venta se hace efectiva.[2] Las dos ecuaciones siguientes constituyen la base para analizar la decisión de precios:

$$P_t = ac_t\,(1 + g) \qquad (1)$$
$$B_t = gac_tQ_{t-h} \qquad (2)$$

donde:

P_t = precio de venta en el momento "t" (decidido en "t-h").
a = requerimiento de insumo variable por unidad de producto.
c_t = precio unitario del insumo en el momento "t".
g = margen de ganancia (mark-up).
B_t = beneficio total (valuado a costos del momento "t").
Q_t = cantidad producida en "t".

---

[2] Un supuesto previo hecho por Frenkel es que la función de producción tiene dos elementos un insumo variable y uno fijo (la dotación de capital). Sin embargo, el autor asume luego que la productividad media del insumo variable es constante. Este no parece un supuesto consecuente con el primero, y dado que este último sí es vital para el análisis, sería más apropiado partir del supuesto de una función de producción de proporciones fijas.

Las ecuaciones (1) y (2) no deben conceptualizarse aún como ecuaciones de comportamiento, sólo son identidades <u>ex-post</u>. Estas sólo indican que el precio del producto es igual al costo variable medio más un margen de ganancia y que el beneficio total es igual a la ganancia media (gac_t) multiplicada por la cantidad vendida. Es necesario endogenizar una de las variables para que las ecuaciones sean algo más que identidades contables y expliquen el comportamiento de los precios. A continuación se muestra cómo se endogenizó el margen de ganancia y cómo la ecuación (1) se convirtió en una ecuación de comportamiento.

La lógica es la siguiente: El empresario produce y decide el precio de venta en el momento "t". Sin embargo, la venta no se hace efectiva hasta "t+h". Es decir, en el momento "t" se decide Q_t y P_{t+h}. Ya que el entorno del empresario es altamente inflacionario, el precio del insumo aumentará durante el lapso "h". Si el empresario no quiere perder su margen real de ganancia, debe calcular su precio de venta como una proporción (1+g) del costo esperado de reposición del insumo. Concretamente, si el productor inputa una tasa de crecimiento "t*" al costo de su insumo, la ecuación (1) se puede reformular de la siguiente manera:

$$P_{t+h} = (1+g)(1+t^*)ac_t \qquad (3)$$

LLamando g´ al margen de ganancia que incorpora este considerando ($g' = g+t^*+gt^*$), la ecuación (3) se simplifica a:

$$P_{t+h} = (1+g')ac_t \qquad (4)$$

Al momento de establecer el margen de ganancia --el cual depende de las expectativas de inflación-- surge la pregunta siguiente: ¿Cuál es el margen óptimo?

Para responder a esta interrogante, Frenkel analizó los riesgos que enfrenta el empresario al decidir su margen de ganancia y, por lo tanto, su precio de venta.[3] El primer tipo de riesgo, "Riesgo Tipo I", proviene de subestimar el crecimiento en el costo del insumo. Por lo tanto, el margen de ganancia fijado es muy pequeño y esto llevaría a que el precio relativo del productor se vea reducido (ya que éste espera, correctamente, que sus competidores, en promedio, no se equivoquen al formular sus precios). En este caso, el productor asume que venderá toda su producción. La pérdida asociada con este riesgo proviene de la diferencia entre el precio efectivo y el precio esperado del insumo en el momento que se vende la producción:

$$P_I = (c_{t+h} - c^*_{t+h})aQ_t \qquad (5)$$

donde:

P_I = Pérdida asociada con el riesgo Tipo I.
c_{t+h} = Costo efectivo de los insumos en el momento t+h.
c^*_{t+h} = Costo esperado de los insumos para el momento t+h.
Q_t = Cantidad producida en el momento "t" para ser vendida en "t+h".

---

[3] La presentación hecha aquí de los riesgos inherentes a la decisión de precios no corresponde exactamente a la hecha por Frenkel. Esta versión permite un análisis más fluido de la decisión de precios y captura la idea esencial del modelo original. Por ejemplo, ver Canitrot (1981), p.149.

El segundo tipo de riesgo, "Riesgo Tipo II", es fijar un margen de ganancia muy alto; que lleve a un incremento no deseado en el precio relativo del bien producido. El encarecimiento del bien ofertado llevará a que el empresario no coloque toda su producción en el mercado. La pérdida asociada con esta posibilidad está determinada por el costo de oportunidad del capital de trabajo inmovilizado en forma de inventarios, es decir, el interés que hubiese redituado este capital.[4] Sin embargo, es necesario enfatizar que la parte de la producción que sí es vendida, se coloca a un sobreprecio. Como lo importante es la pérdida neta, se deben restar estas ganancias a la pérdida por intereses no redituados. La pérdida neta asociada con el riesgo Tipo II se expresa en la ecuación (6):

$$P_{II} = rc_{t}a(Q_{t} - Q^{v}_{t+h}) - (c^{*}_{t+h} - c_{t+h})aQ^{v}_{t+h} \quad (6)$$

donde:

P_{II} = Pérdida asociada con el riesgo II.
r = tasa de interés real vigente en t para colocaciones por un período de "h".
Q^{v}_{t+h} = Cantidad efectivamente vendida en "t+h".

---

[4] Se debe notar que Frenkel asume que "r" es la tasa de interés nominal. Este supuesto no parace apropiado. El suponer que no existe comportamiento especulativo no implica que el empresario asuma que el precio de sus existencias no va a subir; en un entorno inflacionario ésta sería una suposición inadecuada. El comportamiento no especulativo en este contexto implica que el empresario asume que el precio relativo de su bien no se verá alterado y, por lo tanto, que el precio de sus existencias subirá a la tasa promedio de inflación. Claramente, entonces, la tasa de interés relevante es la tasa de interés real.

Las ecuaciones (5) y (6) constituyen la base para analizar la decisión óptima de precios. La idea básica es la de construir una función de pérdida que el productor minimiza al tomar su decisión de precios. Esta tarea se ve facilitada por dos pequeñas transformaciones en las ecuaciones (5) y (6) y por la introducción explícita del concepto de elasticidad precio de la demanda.

En primer lugar, el costo esperado del insumo menos el costo efectivo del insumo puede expresarse como el costo actual del insumo, multiplicado por la diferencia en la tasa de inflación esperada y la tasa de inflación efectiva:

$$(c^*_{t+h} - c_{t+h}) = (t^* - t)c_t \qquad (7)$$

Como se señaló anteriormente, si "t*" es mayor que "t", el empresario estará aumentando involuntariamente el precio relativo de su bien y, por lo tanto, no podrá colocar toda su producción. La reducción en la cantidad demandada de su producto, a consecuencia del encarecimiento relativo del bien, es igual a $Q_t - Q^v_{t+h}$. La elasticidad precio de la demanda, β, es, por definición, igual a la variación porcentual en la cantidad demandada de un bien ante la variación porcentual en el precio relativo de éste. En el modelo, por lo tanto, β se define como:

$$\beta = (Q_t - Q^v_{t+h})/Q_t \div (t^* - t) \qquad (8)$$

Teniendo esto en mente y expresando los dos tipos de pérdidas como proporción del capital de trabajo invertido (es decir, dividiendo las ecuaciones (5) y (6) entre ac_tQ_t, es posible reformular estas ecuaciones de la siguiente manera:

$$P_I = t - t^* \qquad \text{para } t^* < t \qquad (9)$$

$$P_{II} = (1-r\beta)(t-t^*) + \beta(t-t^*)^2 \qquad \text{para } t^* > t \qquad (10)$$

Las ecuaciones (9) y (10), juntas, constituyen la función de pérdida --$P(t-t^*)$-- que el empresario busca minimizar (notar que cuando $t^* = t$, la pérdida es igual a cero, pues el productor colocará toda su producción en el mercado al precio deseado).

Es necesario hacer un supuesto respecto de la distribución de "t" para poder minimizar esta función de pérdida. Frenkel asumió que "t" se distribuye uniformemente en el rango $[t_1,t_2]$, es decir, la función de densidad de "t" es igual a:

$$\delta(t) = \begin{cases} 0 & \text{si } t < t_1 \\ 1/d & \text{si } t_1<t<t_2 \\ 0 & \text{si } t > t_2 \end{cases} \quad \text{donde } d = t_2-t_1$$

donde t_1 y t_2 son, respectivamente, las tasas mínimas y máximas de inflación esperada por los agentes.[5] De acuerdo con estos supuestos, la esperanza de la pérdida es igual a:

$$E(P(t-t^*)) = \int_{-\infty}^{\infty} P(t-t^*)\ \delta(t)\ dt = 1/d \int_{t_1}^{t_2} P(t-t^*)\ dt$$

---

[5] La media de esta distribución es igual a $\mu = (t_1+t_2)/2$ y la varianza es igual a $\sigma^2 = d^2/12$.

El valor óptimo de t^* será aquel que minimice el valor de esta esperanza , es decir:

$$\min \; 1/d \int_{t_1}^{t_2} P(t-t^*)\, dt$$

Como se demuestra en el apéndice, el valor óptimo de t^* es igual a:

$$t^* = t_1 + \frac{\sqrt{(r\beta)^2 + 4\beta d} - r\beta}{2\beta} \qquad (11)$$

Es obvio que este resultado es independiente de los valores que tomen las diferentes variables incluidas en la fórmula. Aunque Frenkel llegó a esta misma fórmula (p.328), sólo la consideró óptima para el caso en que $\beta(r+d) \geq 1$. Más aún, consideró que para el caso en que $\beta(r+d)<1$, la tasa óptima está dada por la siguiente fórmula:

$$t^* = t_1 + d + \frac{1 - \beta(r+d)}{2\beta} \qquad (12)$$

Este resultado llevó a Frenkel a concluir que:

i) t^* es una magnitud dentro del intervalo de tasas mínimas y máximas de inflación esperada $[t_1,t_2]$ si es que $\beta(r+d)\geq 1$.

ii) t^* es mayor que la tasa máxima esperada de inflación si es que $\beta(r+d)<1$.

iii) "t^* es una función monótona creciente de d, es decir, es más alta cuanto más amplio sea el intervalo considerado probable; y monótona decreciente de r y β".

Dado que la manera de llegar a estas conclusiones es incorrecta, al igual que algunas de éstas, en la siguiente sección se revisa y corrige el trabajo original.

II. NOTAS SOBRE LA TASA OPTIMA DE INFLACION

¿Cuál es la tasa óptima de inflación? En otras palabras, ¿cuál es el incremento óptimo en el precio que fija el productor? En esta sección se demuestra que las conclusiones a las que llegó Frenkel no son necesariamente correctas y se señalan las respuestas óptimas de precios a diferentes tipos de shocks.

Antes que nada, es necesario explicar porqué Frenkel llegó a la ecuación (12), si se ha demostrado (ver apéndice) que la fórmula óptima está dada por la ecuación (11). La respuesta se encuentra en que la ecuación (12) representa un mínimo local que es dominado por el mínimo global dado por (11). Esto se explica a continuación.

El objetivo de hacer explícita y minimizar la función de pérdida es justamente el hallar la "t*" óptima, es decir, aquella tasa que minimiza las pérdidas esperadas asociadas con cada tipo de riesgo. Como se puede apreciar en el Apéndice B de Frenkel (pp. 326-330), la minimización que él efectúa para llegar a (12) está restringida por la condición $t^* > t_2$. Como es evidente en (12), t^* será mayor que t_2 sólo si $\beta(r+d) < 1$ (notar que $d = t_2 - t_1$). En otras palabras, si $\beta(r+d) \geq 1$ la minimización restringida llegaría a una contradicción (se parte del supuesto que t^* es mayor que t_2 y se concluye que es menor). Por lo tanto, la condición $\beta(r+d) < 1$ es sólo una condición necesaria para llegar a una minimización local, ésta no implica que la regla óptima sea aquella obtenida a partir de la restricción $t^*>t_2$. La regla óptima es aquella obtenida de la minimización (sin restricciones) de la función de pérdida, es decir, la fórmula dada por (11). Esta regla será óptima al margen de las restricciones que se impongan a sus elementos (el único efecto de estas restricciones es cambiar el valor óptimo dado por la fórmula, mas no alteran la fórmula en sí).[6]

Al margen de consideraciones técnicas, cabe preguntarse ¿cuál es el sentido económico del ejercicio realizado por Frenkel? Dada la estructura del modelo, el fijar una "t^*" que no corresponde con la "t" efectiva, lleva a una variación <u>indeseada</u> en el precio relativo del producto; ¿por qué, entonces, desearía el productor fijar una "t^*" que de hecho va a ser mayor que "t"? (recordar el supuesto que $t_1 \leq t \leq t_2$). El minimizar la función de pérdida es simplemente contraponer los

---

[6] Cabe notar que la fórmula (11) también arroja una tasa óptima mayor que "t_2" si es que $\beta(r+d)<1$. Esta tasa óptima, sin embargo, difiere de la resultante de la minimización restringida de Frenkel y lleva a una pérdida menor.

costos asociados con cada tipo de riesgo y escoger la t^* que minimice el costo esperado. El suponer $t^* > t_2$ como punto de partida es, por lo tanto, asumir que el empresario no quiere, bajo ningún motivo, incurrir en el costo asociado con el riesgo tipo I. Este resultado, $t^* > t^2$, puede ser válido y será más probable en la medida que los costos asociados con incurrir en el riesgo tipo 2 sean desechables. Sin embargo, lo que no es válido es partir de este supuesto y no llegar a él como resultado de un proceso de optimización económico.

Aclarado este punto, es conveniente analizar detalladamente la tasa óptima de inflación. Es posible expresar la decisión óptima de precios en función de la media (μ) y la desviación estándar (σ) de la distribución del precio futuro del insumo por medio de transformaciones simples. Como se muestra en el apéndice, la ecuación (11) es equivalente a:

$$t^* = \mu - \sqrt{3}\,\sigma + \frac{\sqrt{r^2 + 8\sqrt{3}\,\sigma/\beta} - r}{2} \qquad (13)$$

Esta formulación es más adecuada para analizar la relación entre la tasa óptima de inflación y los cambios en la distribución de costos futuros (en este caso, definida por μ y σ).

Como se puede apreciar, un salto en la tasa esperada de crecimiento del precio del insumo (un incremento en μ) llevará a un incremento equiproporcional en la tasa óptima de inflación. Este resultado no es sorprendente dada la función de pérdida de donde se obtuvo la fórmula (la pérdida es cero cuando t* = t). La respuesta óptima de la inflación a la devaluación es un ejemplo de este resultado. Si el insumo es importado y se produce una devaluación de 20%, el productor esperará que la media del costo de reposición se incremente en 20% y, por lo tanto, incrementará sus precios en 20%.

El diferenciar la ecuación (13) con respecto a "σ" permite ver el efecto de los cambios en el grado de incertidumbre respecto del futuro crecimiento del costo del insumo sobre la decisión óptima de precios actual. Se puede apreciar en el apéndice, que el signo y la magnitud de este efecto es una cuestión empírica. El signo será positivo o negativo según sea $[(\beta r)^2 + 8\sqrt{3}\ \beta\sigma]$ menor o mayor que cuatro, respectivamente. Las posibilidades de que éste sea negativo aumentan con la longitud del horizonte temporal bajo consideración (dado que "σ" será mayor), con el nivel de inflación (asumiendo una relación positiva y causal de "μ" a "σ") y con la elasticidad precio de la demanda (β). En el ejemplo anterior, si el anuncio de la devaluación tiene el efecto adicional de reducir la incertidumbre sobre la evolución futura del costo del insumo y se dan las condiciones para que el signo de esta derivada parcial sea negativo, entonces el efecto de la devaluación sobre la tasa óptima de inflación será mayor que proporcional.

Este resultado es opuesto a la conclusión de Frenkel, quien afirma que un alza en el grado de incertidumbre con respecto a "t" llevará a incrementar la tasa óptima de crecimiento de precios.[7] El error de Frenkel radica en haber derivado la ecuación (11) con respecto a "d", porque el incrementar "d", dado "t_1", implica necesariamente que "t_2" tiene que crecer. Es decir, la media (μ) está incrementándose y, como se demostró anteriormente, el efecto de "μ" en "t^*" es indudablemente positivo. En otras palabras, el autor analizó cuál es el efecto de un incremento en la incertidumbre acompañado de un incremento en la media esperada de crecimiento de costos.

Como se puede apreciar en la ecuación (13), la decisión óptima de precios también depende de la tasa real de interés y de la elasticidad precio de la demanda. Los efectos de cambios en estas variables sobre la tasa óptima de inflación son analizados a continuación.

El signo del efecto de movimientos en la tasa real de interés sobre la tasa óptima de inflación es negativo (ver apéndice). Es decir, un incremento en la tasa real de interés

---

[7] Aunque Frenkel no incorpora de forma explícita los efectos de cambios en el segundo momento de la función de densidad, lo hace en forma implícita al analizar los efectos de variar la amplitud del intervalo de ocurrencia [$d=t_2-t_1$]. Un mayor valor de d implica una mayor varianza de la función de densidad.

llevará a una reducción en la tasa de crecimiento en los precios. Este resultado se explica por el hecho que las tasas de interés más altas implican un mayor costo financiero asociado con el riesgo tipo II (incrementar el precio relativo del producto y no vender parte de la producción) y no afectan a los costos asociados con el riesgo tipo I. Por lo tanto, el incrementar la tasa real de interés constituye un incentivo para reducir la tasa de crecimiento del precio del bien en cuestión.

El margen de ganancia también depende de la elasticidad precio de la demanda. Diferenciando "t*" con respecto a "β", se obtiene el signo de este efecto. El apéndice muestra que los shocks que llevan a una demanda más elástica reducirán el margen óptimo de ganancia. La liberalización de la cuenta corriente de la balanza de pagos es un ejemplo. El incremento en el número de sustitutos disponibles en la economía, que se produce como consecuencia de la liberalización, aumentará la elasticidad de la demanda para los bienes producidos en el mercado doméstico y llevará a una reducción en el margen de ganancia de los productores nacionales.

III. INVESTIGACION EMPIRICA Y LINEAS DE INVESTIGACION PARA EL FUTURO

Aunque Frenkel presentó ciertos datos sobre la economía argentina que podían adecuarse a las predicciones del modelo, aún quedaba pendiente una confrontación más sistemática del modelo con la realidad. El problema de llevar a cabo esta tarea es que gran parte del modelo está especificado en términos de variables no observables (p.e. la distribucion probabilística de las expectativas de inflación). Por lo tanto, es necesario derivar una hipótesis del modelo que pueda ser sujeta a un examen empírico.

Un tipo de hipótesis, que permite comprobar la validez empírica del modelo, es aquél que tiene implicancias para el ordenamiento temporal de inflación con otras variables observables e incluidas en el modelo. Este tipo de hipótesis se puede derivar al analizar los diferentes determinantes de la decisión de precios. Como se ha explicado anteriormente, es de esperar que la inflación responda en forma inversa a movimientos en la tasa de interés real y a cambios en la elasticidad de la demanda. Por lo tanto, estas implicancias del modelo podrían examinarse mediante un análisis de regresión en el que la inflación aparece como variable dependiente y los shocks como variables explicativas. El problema, sin embargo, es que lo que se estaría estimando es una forma reducida que podría haberse derivado de cualquier otro modelo (por ejemplo, la teoría keynesiana postula que la demanda agregada está relacionada inversamente con la tasa de interés real y que, por lo tanto, un incremento en esta última llevará a una reducción en el gasto y, por lo tanto, en la inflación). Es decir, este camino no ofrece perspectivas muy sólidas para la confrontación empírica del modelo.

Una característica del modelo que puede y debe ser explotada en la investigación es el marco optimizador que utiliza; los agentes deciden su precio como resultado de un proceso de minimización de pérdidas. Si en el proceso de optimización entra una variable de política (p.e. devaluación), y el "regimen de política" cambia sistemáticamente, es probable que la regla óptima varíe y que esta variación tenga implicancias para la distribución conjunta de inflación con esta variable de política. Evidentemente, se está haciendo referencia a la conocida "crítica de Lucas" (Lucas, 1976). Un examen a lo largo de éstas líneas sería, entonces, un examen del modelo y de la relevancia empírica del argumento de Lucas. Paredes (1986) presenta un análisis de este tipo, donde se analizan los efectos de un cambio en el régimen de política cambiaria sobre la distribución conjunta de inflación y devaluación implicada por el modelo. Los datos de cinco países latinoamericanos comprueban la hipótesis derivada del modelo discutido.

En cuanto a la investigación teórica, el modelo puede ser ampliado en varias direcciones. En primer lugar, la función de densidad utilizada para describir la evolución futura de los costos resulta conveniente en términos de manejo matemático y permite ver que las decisiones de agentes "que miran para adelante" (forward-looking) no dependen sólo del primer momento de la distribución sino también de momentos más altos. Sin embargo, es posible que el utilizar la distribución uniforme no sea lo más idóneo. ¿Por qué los agentes van a asignar a la ocurrencia de t_1 la misma probabilidad que a t_2 y a la ocurrencia de $t_2+\delta$ (donde $\delta\text{-->}0$) la probabilidad de cero? El uso de la distribución normal es una alternativa; sin embargo, existe el problema que para llegar a una fórmula óptima de fijación de precios es necesario truncar la distribución, y el análisis de cambios en la varianza de la distribución sobre el margen óptimo resulta más complicado.

La endogenización del lapso durante el cual el empresario no cambia su precio es un aspecto que también debe ser analizado. Es factible pensar que el empresario reajusta sus precio periódicamente cuando se da cuenta que ha incurrido en uno de los dos riesgos. ¿Cuáles son los costos de hacerlo y cuáles son los beneficios? Es obvio que el lapso en el cual se fijan los precios debe ser producto de una decisión optimizadora y debe modelarse como tal. Es de esperar que esta línea de investigación prosiga en el futuro.

APENDICE

Frenkel asumió que t se distribuye uniformemente en el rango $[t_1,t_2]$, para poder minimizar la función de pérdida, lo que equivale a decir que la función de densidad de t es igual a:

$$\delta(t) = \begin{cases} 0 & \text{si } t < t_1 \\ 1/d & \text{si } t_1<t<t_2 \\ 0 & \text{si } t > t_2 \end{cases} \quad \text{donde } d = t_2-t_1$$

donde t_1 y t_2 son, respectivamente, las tasas mínimas y máximas de inflación esperada por los agentes. De acuerdo con estos supuestos, la esperanza de pérdida es igual a:

$$E(P(t-t^*)) = \int_{-\infty}^{\infty} P(t-t^*)\ \delta(t)\ dt = 1/d \int_{t_1}^{t_2} P(t-t^*)\ dt$$

El valor óptimo de t^* será aquel que minimice el valor de esta esperanza, es decir:

$$\min\ 1/d \int_{t_1}^{t_2} P(t-t^*)\ dt$$

A continuación se procede a minimizar el valor de dicha esperanza:

$$E(L) = \frac{\beta r-1}{d} \int_{t_1}^{t^*} (t^* - t)\cdot dt + \frac{\beta}{d} \int_{t_1}^{t^*} (t^*-t)^2\cdot dt$$

$$+ \frac{1}{d} \int_{t^*}^{t_2} (t-t^*)\cdot dt$$

$$E(L) = \frac{\beta r-1}{d}\left[t^*(t^*-t_1) - \frac{1}{2}(t^{*2}-t_1^2)\right]$$

$$+ \frac{\beta}{d}\left[t^{*2}(t^*-t_1) - t^*(t^{*2}-t_1^2) + \frac{1}{3}(t^{*3}-t_1^3)\right]$$

$$+ \frac{1}{d}\left[\frac{1}{2}(t_2-t^{*2}) - t^*(t_2-t^*)\right]$$

ordenando los términos adecuadamente:

$$E(L) = \frac{1}{d}\left\{ \frac{\beta}{3} t^{*3} + \left[\frac{\beta r}{2} - \beta t_1\right]t^{*2}\right.$$

$$+ \quad [\beta t_1^2 - (\beta r-1))t_1 - t_2]t^*$$

$$\left. + \quad \left[\frac{(\beta r-1)}{2}\cdot t_1^2 - \frac{\beta}{3} t_1^3 + \frac{1}{2} t_2^2\right]\right\}$$

De acuerdo con la primera condición de maximización $[dE(L)]/dt^* = 0$, se obtiene:

$$\beta t^{*2} + [\beta r - 2\beta t_1]t^* + [\beta t_1(t_1-r) + t_1 - t_2] = 0$$

Hallando la solución para t^*, se tiene que:

$$t^* = \frac{2\beta t_1 - r\beta \pm \sqrt{(\beta r)^2 + 4(t_2-t_1)\beta}}{2\beta}$$

Evidentemente, la solución de t^* es real debido a que la elasticidad precio de la demanda, β, ha sido expresada en valor absoluto, y $t_2>t_1$ por construcción. La única raíz que satisface la condición de segundo orden para un mínimo es (notar que $d = t_2 - t_1$):

$$t^* = t_1 + \frac{\sqrt{(r\beta)^2 + 4\beta d} - r\beta}{2\beta}$$

Recordando que la media de la distribución es $\mu = (t_1+t_2)/2$, y que la varianza equivale a $\sigma^2 = (t_2-t_1)^2/12 = d^2/12$, es posible expresar el incremento óptimo de precios en términos de la media y la varianza (desviación estandar) de la distribución de los futuros incrementos en costos.

Eliminando β y rearreglando los términos se obtiene:

$$t^* = \frac{2t_1 - r + \sqrt{r^2 + 4d/\beta}}{2}$$

Sumando y restando t_2 al primer término del numerador:

$$t^* = [(\underbrace{t_1+t_2}_{2\mu} + \underbrace{t_1-t_2}_{-\sqrt{12}\,\sigma} - r) + \sqrt{r^2 + \underbrace{4d/\beta}_{8\sqrt{3}\,\sigma/\beta}}\,]/2$$

$$t^* = \mu - \sqrt{3}\sigma + \frac{\sqrt{r^2 + 8\sqrt{3}\,\sigma/\beta} - r}{2}$$

Para analizar la relación entre la tasa óptima de incremento de precios, t^*, y cambios en la distribución de los costos futuros, la expresión anterior necesita ser diferenciada con respecto a "μ" y "σ":

(i) $\frac{\delta t^*}{\delta \mu} = 1$

Este resultado no es sorprendente dada la función de pérdida presentada en el texto (donde $L=0$ si $t^* = t$).

(ii) $\frac{\delta t^*}{\delta \sigma} = -\sqrt{3} + \frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{\beta^2 r^2 + 8\sqrt{3}\,\beta\sigma}}$

En el caso de σ, el signo de la derivada parcial es ambiguo, pudiendo ser negativo o positivo según $[\beta^2 r^2 + 8\sqrt{3}\beta\sigma]$ sea mayor o menor que cuatro, respectivamente.

Finalmente, es importante analizar la relación entre la tasa óptima de incremento de precios y la tasa de interés real y la elasticidad precio de la demanda.

(iii) $$\frac{\delta t^*}{\delta r} = \frac{-1}{2} + \frac{r}{2\sqrt{r^2 + 8\sqrt{3}\,\sigma/\beta}} < 0$$

(iv) $$\frac{\delta t^*}{\delta \beta} = \frac{-2\sqrt{3}\,\sigma}{\beta^2\sqrt{r^2 + 8\sqrt{3}\,\sigma/\beta}} < 0$$

Como se puede apreciar, en ambos casos un incremento de la tasa de interés real, o de la elasticidad precio de la demanda, llevan a una disminución en el valor óptimo de incremento de precios.

BIBLIOGRAFIA

Canitrot, A. (1981): "Teoría y Práctica del Liberalismo. Política Antiinflacionaria y Apertura Económica en la Argentina 1976-1981" en Desarrollo Económico Vol. 21 No 82. pp 131-149.

Frenkel R. (1979): "Decisiones de Precio en Alta Inflación". en Desarrollo Económico No 75 pp.291-330.

Lucas, R. (1976): "Econometric Policy Evaluation: A Critique" en K. Brunner y A. Meltzer (eds) The Phillips Curve and Labor Markets Vol. 1 de Carnegie-Rochester Conference Series on Public Policy, pp.19-46.

Paredes, C. (1986): "Exchange Rate Devaluation as a Predictor of Inflation: The Experience Under Two Alternative Exchange Rate Regimes" Mimeo, GRADE.