

Las diferencias en tasas de interés como determinantes del tipo de cambio libre

Armando Cáceres Valderrama
Javier Nagamine Akamine

Resumen

En el Perú, el tipo de cambio libre ha experimentado en los últimos años grandes fluctuaciones, sin mayor relación aparente con el tipo de cambio de paridad o de equilibrio. Los motivos de esta desconexión pueden encontrarse en el carácter especulativo del mercado cambiario, afectado por los graves desequilibrios económicos y la inestabilidad de los diferentes regímenes cambiarios ensayados en el Perú.

Este artículo apunta a identificar el efecto que sobre el comportamiento del tipo de cambio tiene la diferencia entre las tasas de interés doméstica y la externa, según un enfoque de portafolio financiero para el caso de una economía abierta. De acuerdo a este marco conceptual, la tendencia de largo plazo es determinada por la diferencia entre la rentabilidad de los activos financieros internos y externos, mientras los movimientos de corto plazo son explicados por movimientos especulativos inducidos por la intervención de las autoridades monetaria y cambiaria. El análisis se basa en el supuesto que la diferencia entre tasas de interés responde básicamente al llamado Efecto Fischer (la tasa de interés doméstica aumenta debido a una mayor inflación esperada).

Como en el periodo de estudio la política económica osciló entre la ortodoxia y la heterodoxia, y fueron realizadas frecuentes modificaciones en los regímenes cambiarios, se recurre al método de parámetros cambiantes (Filtros de Kalman) para hacer observable el patrón de comportamiento de los coeficientes. Para el tratamiento de los problemas derivados de la utilización de series de tiempo monetarias y financieras, se recurrió al método ARCH (*Autorregresive Conditional Heteroskedasticity*), de Engle, para conseguir una mejor especificación de los errores.

Introducción

En general, existe una fuerte relación entre las variaciones del tipo de cambio y las tasas de interés internas y externas. En el caso particular de las economías en desarrollo pequeñas, donde suelen coexistir los controles cambiados y de tasas de interés, el riesgo político y costos de transacción, junto a la virtual ausencia de mercados a futuro organizados, tal relación tiene un comportamiento que no siempre se ajusta a las pautas teóricas convencionales.

Dentro de la teoría de portafolio, el tema de las tasas de interés de los activos financieros denominados en diferentes monedas ha sido analizado en detalle por el enfoque de la paridad de las tasas de interés. Este enfoque plantea que los rendimientos de los activos domésticos y externos, después de cubrir la operación de riesgo cambiario en el mercado a futuro, deben ser idénticos excepto por la denominación monetaria. Frenkel y Levich (1975) afirman que dicha igualdad se cumple siempre que no haya costos de transacción; otros autores como Lizondo (1983) y Cumby y Obtsfeld (1984) sostienen que dicha homogeneidad es afectada por la existencia de riesgos políticos, controles cambíanos, cargas impositivas, aversión al riesgo, etc.

Dentro de la misma teoría de portafolio, existe otro enfoque para el análisis de las diferencias entre tasas de interés, la hipótesis de Fisher. Dicha hipótesis, aplicable a economías pequeñas y abiertas, señala que para instrumentos idénticos excepto por la denominación monetaria, las diferencias de tasa de interés corresponden a la variación esperada del tipo de cambio. Este comportamiento puede verse afectado por las mismas causas que el enfoque de paridad señala como factores de distorsión, pero también por la existencia de incertidumbre en las expectativas que los agentes económicos tienen del riesgo cambiario o porque la oferta de fondos para arbitraje no es infinitamente elástica (Tapia 1990).

En contraste con la hipótesis de Fisher, que plantea una relación positiva entre la diferencia de tasas de interés y el nivel esperado de devaluación, Dornbusch (1978) afirma que existe una relación negativa entre las variaciones del tipo de cambio y las diferencias entre tasas de interés. Según Dornbusch, a una elevación de la tasa de interés interna debe suceder una apreciación de la moneda nacional.

En realidad, la naturaleza de la relación entre tasas de interés y variaciones del tipo de cambio depende de las causas de los movimientos en las tasas de interés. Si la tasa de interés interna aumenta debido a una mayor inflación esperada, el tipo de cambio y las diferencias entre tasas de interés se moverían en la misma dirección. Por otro lado, si la tasa de interés interna aumentara respecto a la externa debido a una contracción de la liquidez, el tipo de cambio se movería en la dirección opuesta.

Dadas las características de las economías pequeñas y abiertas, donde adicionalmente no se cuenta con mercados a futuro organizados, la hipótesis de Fisher representa un enfoque más acertado para su estudio. Estudios empíricos

sobre la validez de esta hipótesis han sido elaborados por Blejer (1984) para Argentina y por Lizondo (1983) para México.

La hipótesis de Fischer señala que las diferencias entre las tasas de interés nominales de activos que son idénticos excepto por la moneda en que están denominados, corresponden a la variación esperada en la tasa de cambio para el periodo de referencia (Fisher 1930). En términos formales la hipótesis de Fisher se escribe de la siguiente manera:

$$\frac{(1+i_t)}{(1+i_t^*)} = \frac{E_t(S_{t+1})}{S_t} \quad (1)$$

donde S_t es la tasa de cambio actual en el periodo t , definida como el precio en moneda nacional de la moneda extranjera, i_t es la tasa de interés nominal en el país, i_t^* es la tasa de interés nominal de los activos externos en el periodo t , y $E_t(X)$ es el valor esperado en el periodo t de la variable X .

Esta relación entre las tasas de interés y la expectativa de devaluación es también denominada paridad no cubierta de tasas de interés (*Uncovered Interest Parity - UIP*)¹. Esta paridad no cubierta implica que la diferencia entre tasas de interés es un estimado de la variación futura del tipo de cambio. Si las expectativas son racionales y no existen anomalías en el mercado, entonces los estimados de las variaciones futuras en el tipo de cambio no deberían desviarse de la diferencia de tasas de interés. La existencia o inexistencia de dicha desviación se verifica haciendo una regresión de la variación en el tipo de cambio respecto a la diferencia entre tasas de interés:

$$\Delta S_{t+1} = \alpha + \beta \left(\frac{i_t - i_t^*}{1 + i_t^*} \right) + n_{t+1} \quad (2)$$

donde ΔS_{t+1} es el porcentaje de devaluación de la moneda en un periodo y $(i_t - i_t^*)$ es la tasa de interés interna menos la tasa de interés externa. La hipótesis nula supone que $\beta=1$ y que $\alpha=0$. En otras palabras, la devaluación realizada es igual a la diferencia de tasas de interés más un término aleatorio (n_{t+1}).

Sin embargo, en pocos estudios hechos para distintos países se ha obtenido coeficientes β diferentes de 1. En casos como el de Estados Unidos se obtuvo coeficientes β negativos, mientras que en otros el β estimado resultó mayor que 1. Existen dos explicaciones básicas a esta desviación en las estimaciones. Una de ellas hace referencia a la existencia de una prima por riesgo (*risk premium*): un β distinto de 1 evidencia un componente de riesgo variante en el tiempo, es decir, cuando las tasas de interés en moneda local se elevan, las inversiones en moneda local se hacen más riesgosas. La segunda alude a la existencia de errores en las expectativas de los agentes, y supone que el riesgo del tipo de cambio es

1. Es no cubierta porque los mercados a futuro no son usados como cobertura.

perfectamente diversificable o que los inversionistas son neutrales al riesgo: cualquier desviación sería evidencia de errores en las expectativas. Dichos errores se pueden modelar bajo la forma de procesos de aprendizaje o de *peso problem*.²

En este trabajo se recurre al primer enfoque para analizar el caso peruano. En concreto, se analiza las desviaciones y la existencia de una prima por riesgo en el mercado financiero para las operaciones en moneda nacional. Para ello, en la sección siguiente se revisa la evolución de los mercados financiero y cambiario en el Perú, lo que puede dar una idea de las características de dichos mercados, presentándose luego, en la sección 2, el modelo de determinación del tipo de cambio (según los supuestos del modelo UIP, que explica la determinación de la prima por riesgo, y en el cual los errores siguen un proceso ARCH). En la sección 3 se examinan los resultados econométricos de la estimación de dichas desviaciones, hecha mediante el método de Mínimos Cuadrados Ordinarios (MCO); mediante el método de Filtros de Kalman se evalúa la estabilidad de los parámetros, y posteriormente se examina la estimación de la prima por riesgo variante en el tiempo realizada mediante el modelo ARCH-M (*ARCH in mean*). En la sección 4, finalmente, se plantean las conclusiones.

1. Los mercados financiero y cambiario peruanos

1.1 Evolución de la política cambiaria

Entre 1980 y 1990, en el Perú se distinguen dos subperiodos con distintas características en cuanto al manejo de la política económica. A grandes rasgos, el primero se puede identificar con el segundo gobierno de Fernando Belaúnde (1980-85), mientras el otro coincide con el gobierno de Alan García (1985-90). A la vez, durante el gobierno de García se distinguen dos subperiodos: el de estabilidad (1985-87) y el de hiperinflación (1988-90).

En el gobierno de Belaúnde se siguió una política cambiaria dual. El mercado oficial, denominado Mercado Único de Cambios (MUC), era controlado por el Banco Central de Reserva (BCR) y en él se realizaban operaciones de comercio exterior. El mercado libre, denominado Mercado de Certificados Bancarios de Moneda Extranjera (CBME), servía para la realización de operaciones financieras en moneda extranjera. La diferencia entre los tipos de cambio correspondientes a ambos mercados era pequeña³ más aun si se la compara con la alcanzada durante el régimen de García.

2. Noción exuaidada de la experiencia mexicana, el *peso problem* es una situación en que las expectativas sobre la variación del tipo de cambio sobreestiman consistentemente la variación observada, en un contexto de tipo de cambio fijo.

3. Dicha diferencia fluctuaba entre 1 y 5%. Extraordinariamente, en 1983 llegó a situarse en casi 13% debido a problemas en balanza de pagos y a la caída del PBI.

Gráfico 1
Diferencial cambiado - Porcentaje sobre el tipo de cambio oficial

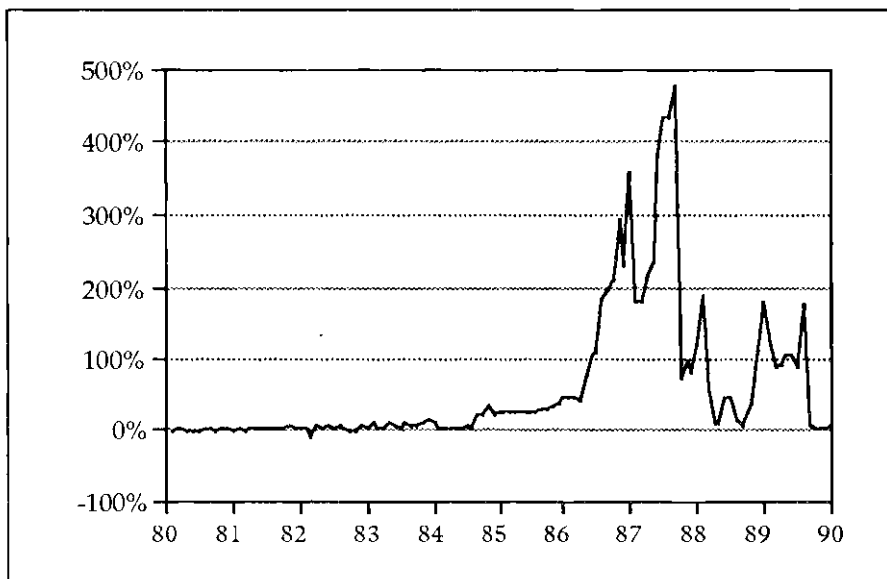
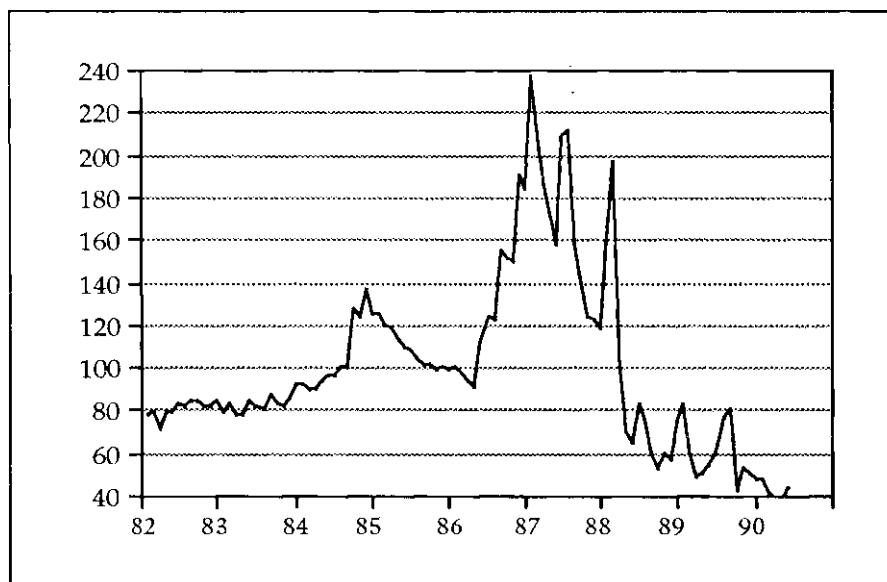


Gráfico 2
Tipo de cambio real paralelo - Base julio 1985 = 100



El mercado controlado seguía un régimen de minidevaluaciones (*crawlingpeg*) impuesto por el BCR. El ritmo devaluatorio buscaba mantener o mejorar la competitividad de las exportaciones, según el criterio de paridad de poder de compra (ajustes por diferencias entre inflación interna y externa). Sin embargo, desde fines de 1980 hasta 1982 el tipo de cambio real cayó gradualmente, sucediendo lo mismo en el mercado de CBME (dado que no existía una gran diferencia cambiaria). Ese último año, al cortarse los flujos de crédito hacia América Latina -incluido el Perú- por el problema de la moratoria de la deuda externa de México, sucede la primera crisis de balanza de pagos del gobierno de Belaúnde. El problema financiero externo ocasionó una considerable pérdida de reservas internacionales, obligando desde fines de 1982 a profundizar el proceso de minidevaluaciones de modo que llevara a un alza del tipo de cambio real.

Junto al retraso cambiario por efecto de la diferencia entre la inflación interna y la devaluación, el sector externo sufría dos factores adversos adicionales: la caída de los precios de las exportaciones tradicionales, y el proceso constante de revaluación del dólar respecto de las monedas europeas y el yen japonés, factor éste que hacía que las exportaciones (en especial de manufacturas) se hicieran menos competitivas en los mercados externos (excluyendo el norteamericano). Para mejorar la rentabilidad de la actividad exportadora se otorgó un porcentaje del valor de las exportaciones en divisas de libre disponibilidad, medida que equivalía a entregar dólares-billete a los exportadores.

Se siguió con el proceso de minidevaluaciones hasta julio de 1983. En ese lapso se buscó elevar el tipo de cambio real, como una forma de contrarrestar el efecto de la revaluación del dólar. Sin embargo, a partir de agosto se decidió aplicar un sistema de preanuncios del valor del tipo de cambio para los 90 días siguientes, previa elevación del tipo de cambio oficial en 13.3% (lo que debía permitir moderar la devaluación en los meses posteriores). Esto no repercutió de modo apreciable en el mercado libre, manteniéndose la diferencia cambiaria en sólo 1.9%.

El sistema de preanuncios del tipo de cambio generó una creciente pérdida de paridad, por lo que se le puso fin en febrero de 1984, retornándose a la política de minidevaluaciones diarias. Esta vez sí aumentó la diferencia entre los tipos de cambio, que subió a 5.3% en promedio para 1984. La pérdida de paridad, la creciente inflación y la pérdida de reservas internacionales obligaron a postergar deudas comerciales de corto plazo por 180 días y al traslado de partidas del mercado oficial al libre (CBME), para evitar el uso especulativo de las divisas.

La política de minidevaluaciones continuó hasta el cambio de gobierno, en julio de 1985. En ese momento la ganancia de paridad respecto de 1978 era aproximadamente de 25%. Sin embargo, la incertidumbre generada por las elecciones presidenciales produjo una corrida de los depósitos en moneda

extranjera, los que se redujeron de 1,771 millones de dólares en febrero a sólo 1,370 millones de dólares en julio.

A principios de agosto, una vez instalado el nuevo gobierno, se devaluó la moneda en 12% y se congeló el tipo de cambio, además de crearse un mercado financiero de moneda extranjera regido por el mercado. El congelamiento fue posible porque existía adelanto cambiado y porque el dólar había revertido su previa tendencia a revaluarse respecto de las monedas europeas y el yen; así, se devaluó continuamente hasta fines de 1988. Adicionalmente, el gobierno decidió pagar la deuda externa sólo hasta un monto equivalente a 10% de las exportaciones, inmovilizar los depósitos bancarios en moneda extranjera, limitar el uso de moneda extranjera por parte de las empresas, restringir las remesas de utilidades de las empresas extranjeras y el pago de obligaciones por préstamos y servicios.

En 1986 se continuó con la política de tipo de cambio fijo, cayendo el tipo de cambio real en 33% respecto a julio de 1985. En julio se reordenó el mercado cambiado y se definieron tres mercados distintos: el Mercado Único de Cambios (MUC), el Mercado Financiero de Moneda Extranjera (MFME) y el Mercado Financiero de Moneda Extranjera de Libre Circulación (MFMELC). Los dos primeros eran controlados por el BCR, mientras que el último era de cotización libre. Paralelamente se impusieron restricciones de orden institucional (permisos, licencias previas, certificados, etc.) para la importación de bienes, pues la pérdida de reservas internacionales se estaba acelerando.

A partir de enero de 1987 se inició un programa de devaluación en el MUC y en el MFME del orden de 2.2% mensual, y se incrementó el número de restricciones paraarancelarias a las importaciones⁴. En julio se reordenó nuevamente el mercado cambiado ante la persistente disminución de las reservas, reemplazándose el MFME por un sistema de tasas proporcionales al tipo de cambio MUC (que fue fijado). A fines de ese mes se anunció la estatización del sistema financiero, decisión que desestabilizó las expectativas del público. Se produjo así una corrida de depósitos de los bancos privados (que eran objeto de la estatización) hacia los bancos del Estado y hacia el dólar libre, cuyo precio aumentó en cerca de 30%. En octubre y diciembre se elevó el tipo de cambio MUC, manteniéndose sin embargo la tasa anterior para las importaciones de bienes prioritarios y de un conjunto de productos vinculados a la actividad agropecuaria.

En los primeros ocho meses de 1988 la política cambiada continuó desempeñando sin mucho éxito su función de freno inflacionario, generando una caída

4. Dichas restricciones incluían la obligación de financiar las importaciones a un plazo no menor de 180 días y el requisito de autorización de cambio por parte del BCR. Se creó además el sistema de presupuesto de divisas.

del tipo de cambio real. En setiembre la situación era crítica⁵, por lo que se tuvo que elevar el precio del dólar MUC de 33 a 250 intis por dólar. En noviembre dicho precio volvió a saltar a 500 intis por dólar. También se permitió nuevamente la tenencia y depósitos en moneda extranjera a las personas naturales y empresas.

En 1989 se efectuaron devaluaciones sucesivas hasta mayo, que permitieron al BCR recuperar reservas. A partir de junio se inició un proceso de minidevaluaciones en el MUC, que permitió mantener el valor del tipo de cambio real hasta setiembre, mes en que dicho valor empezó a caer pese a la permanencia del mecanismo de minidevaluaciones. Paralelamente, como el BCR había acumulado reservas, se procedió a un traslado al MUC de partidas arancelarias antes cotizadas en el mercado cambiado libre, con el fin de abaratar las importaciones, reducir la inflación y reactivar la economía. Adicionalmente, durante la mayor parte, del año se controló la liquidez mediante incrementos en la tasa de encaje marginal, con el objeto de atenuar el efecto del aumento del tipo de cambio libre.

Durante 1990 se continuó con la política de minidevaluaciones para evitar la pérdida de competitividad. Asimismo, se siguió aplicando una política de control de la oferta monetaria a través del incremento de la tasa de encaje marginal, la cual llegó, al término del gobierno de García, a 80%. Ese mismo año, el nuevo gobierno de Fujimori inició un proceso de reducción del encaje.

1.2 Evolución de la política de tasas de interés

Durante el gobierno de Belaúnde se buscó elevar la eficiencia en el uso de los recursos financieros mediante una aumento del precio del dinero (tasa de interés) hasta llegar a un nivel real positivo. Se quería así estimular el ahorro y fortalecer los mecanismos de financiamiento a la inversión, a la vez que se eliminaba la distorsión que significaba un costo del crédito negativo en términos reales.

Sobre la estructura que existía en febrero de 1979, el gobierno de Belaúnde realizó cuatro modificaciones. En enero de 1981 elevó la tasa de interés activa en 17 puntos porcentuales y la pasiva en 20 puntos porcentuales. Posteriormente, en mayo del mismo año redujo la tasa pasiva en dos puntos porcentuales. En enero de 1982 elevó la tasa máxima pasiva a 55% y dio libertad para que el periodo de capitalización se pactara entre el cliente y la institución financiera. Finalmente, en setiembre de 1983 igualó la tasa activa y la pasiva en un nivel de 60%, determinándose la diferencia mediante el periodo de capitalización y la

5. Esta es la fecha de inicio de la hiperinflación, de acuerdo con la definición dada por Cagan (1956).

modalidad de pago. Sin embargo, pese a estas modificaciones, la tasa de interés pasiva real siguió siendo negativa.

A partir de 1984 y hasta 1985, el mercado financiero enfrentó un proceso de dolarización de los activos. Se trató de contrarrestar dicho proceso incrementando las tasas de interés en moneda nacional. No obstante, la aceleración del proceso inflacionario y las minidevaluaciones elevaron considerablemente el tipo de cambio real, acentuando así la tendencia a invertir en activos denominados en dólares.

Con el congelamiento del tipo de cambio y los CBME realizado por el gobierno de García en julio de 1985, se redujo la rentabilidad de los activos en moneda extranjera. Paralelamente se decidió reducir las tasas de interés en moneda nacional, fijándose los niveles efectivos máximos con los cuales podían transar las entidades financieras. La reducción del ritmo inflacionario y el proceso de desdolarización resultante produjeron un crecimiento importante del dinero y cuasidinero en moneda nacional.

A fines de 1987 resurgió el proceso inflacionario y junto a él se inició un marcado proceso de ahorro en activos denominados en moneda extranjera fuera del sistema financiero (dólares billete y depósitos en el exterior). La tasa de interés doméstica no fue elevada sino hasta marzo de 1988 y en forma muy tímida: mientras la inflación bordeaba el 800% anual, la tasa para ahorros fue fijada en 35.5% anual, obligando al público a buscar formas alternativas para proteger sus depósitos.

En 1989 y 1990 se registraron varias alzas en las tasas de interés, que apuntaban a dar cierta rentabilidad a los depósitos en moneda nacional de modo que los agentes económicos no prefirieran ahorrar en dólares. Paralelamente se aplicaba una política monetaria restrictiva, consistente en una elevación de la tasa de encaje marginal. Asimismo se incrementó la entrega de dólares-billete a los exportadores, buscando que aumentara la oferta de dólares en el mercado y bajara la demanda (gracias a la elevación del encaje y la restricción de la liquidez), estabilizándose así el precio del dólar libre. El gobierno de Fujimori estableció en agosto de 1990 que las tasas de interés ya no serían fijadas por el BCR sino que se determinarían en el mercado⁶. Además de ello fueron creados nuevos instrumentos de ahorro en moneda extranjera.

2. Determinación del tipo de cambio y de la prima por riesgo

De acuerdo con la teoría de la paridad no cubierta de tasas de interés (UIP), la variación del tipo de cambio debe ser igual a la diferencia entre la tasa de interés

6. En realidad no se modificó el tope a las tasas de interés fijado por el gobierno anterior, pero al aplicarse el programa de estabilización las tasas bajaron debido a la menor inflación esperada, distanciándose del tope.

interna y la externa. Sin embargo, la evidencia empírica no corrobora esta relación, pues el coeficiente estimado al hacer una regresión de ambas variables es distinto de 1 en el caso de economías desarrolladas; lo mismo sucede para el caso peruano. Tal discrepancia puede explicarse porque los agentes económicos ven a la moneda local como más riesgosa que la moneda extranjera, por lo que las tasas de interés locales debieran ser mayores aun cuando no se espere una devaluación. Así, la variación del tipo de cambio resultaría de restar a la diferencia entre tasas de interés la prima **por riesgo**. Si se incorpora al modelo el supuesto de expectativas racionales y β es distinto de 1, esto implica que los movimientos en las tasas de interés están relacionados a cambios en la prima por riesgo.

2.1 Un modelo econométrico

La determinación del tipo de cambio puede ser explicada mediante un modelo econométrico⁷ en el cual, en la regresión de la tasa de devaluación respecto a la diferencia de tasas de interés, la prima por riesgo depende de la varianza condicional del error y el término de error es heteroscedástico (esto es, sigue un proceso ARCH)⁸. Se escoge esta representación porque el modelo ARCH es una especificación conveniente para incorporar heteroscedasticidad al proceso de estimación: debe considerarse que los tipos de cambio flotantes tienen periodos de «calma», dado que en general los movimientos mes a mes o semana a semana son muy pequeños, y periodos de «turbulencia», en que las variaciones son repentinamente muy grandes. Adicionalmente, la distribución del tipo de cambio es leptocúrtica debido a que presenta «colas anchas» (*fat tails*), lo que no sucede en las distribuciones normales. Estas peculiaridades, es decir, periodos de «calma y turbulencia» y las «colas anchas» son capturadas por el modelo ARCH⁹.

Formalmente, el modelo consta de las siguientes ecuaciones:

$$\frac{S_{t+1} - S_t}{S_t} = RP_t + \beta_1(i_t - i_t^*) + \varepsilon_{t+1} \quad (3)$$

$$RP_t = P_0 + O h_{t+1} \quad (4)$$

$$\varepsilon_{t+1} / I_t \sim N(0, h_{t+1}^2) \quad (5)$$

7. El modelo está basado en los desarrollos de Hodrick y Srivastava (1984) y Domowitz y Hakkio(1985).

8. El proceso ARCH es inicialmente introducido por Engle (1982), y supone que la varianza condicional es una función de la información pasada, que incluye errores de predicción al cuadrado.

9. En el anexo se incluye una explicación del método de estimación.

$$h_{t+1}^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^p \alpha_i \epsilon_{t+1-i}^2 + z_t \phi \quad (6)$$

donde I_t representa la información disponible en el periodo t y z_t es un vector de variables contenidas en el conjunto de información. Estas ecuaciones permiten contrastar hipótesis concernientes al comportamiento de la prima por riesgo. De acuerdo con el modelo UIP, β debería ser 1 y ϵ_{t+1} debería ser «ruido blanco», para que se cumpla la hipótesis de Fisher de equivalencia de rentabilidades.

3. Resultados de la estimación

Para estimar la función de determinación del tipo de cambio en base al modelo UIP, se realizó una estimación preliminar en base al método de Mínimos Cuadrados Ordinarios (MCO). Luego se aplicó la técnica de Filtros de Kalman, para observar la evolución de los parámetros y determinar si la desviación respecto del parámetro unitario en la estimación (β distinto de 1) es continua. Finalmente, se hizo una estimación mediante el método ARCH-M¹⁰.

3.1 Estimación según el método MCO

La estimación de la función de determinación del tipo de cambio en base al método MCO pasa por hacer una regresión de la variación porcentual del tipo de cambio en función de una constante y la diferencia de tasas de interés. Adicionalmente se deben evaluar los errores con el fin de detectar si es que siguen un patrón de comportamiento heteroscedástico o un proceso ARCH. El modelo a estimar es el siguiente:

$$\frac{S_{t+1} - S_t}{S_t} = \beta_0 + \beta_1 \left(\frac{i_t - i_t^*}{1 + i_t^*} \right) + \beta_2 \text{ATIPICO}_t + \epsilon_{t+1} \quad (7)$$

donde $(S_{t+1} - S_t)/S_t$ es la variación porcentual mensual del tipo de cambio, $(i_t - i_t^*)/(1 + i_t^*)$ es la diferencia mensual de tasas de interés¹¹ y ϵ_{t+1} es el error de

10. El modelo ARCH-M (ARCH en la Media), como el modelo ARCH original, supone que los errores son heteroscedásticos, pero adicionalmente supone que la varianza (o desviación estándar) de cada observación afecta la media. Este método fue propuesto inicialmente por Engle, Lilien y Robins (1987). En el anexo de este documento se detalla su funcionamiento.

11. En el caso de variaciones pequeñas en las variables es posible utilizar $(i_t - i_t^*)$ en lugar de la otra

predicción. Se decidió incluir además una variable *dummy* -llamada ATIPICO- que capture el efecto del ajuste iniciado en agosto de 1990, pues esta observación salía del rango definido por la media \pm tres desviaciones estándar. La estimación ha sido hecha empleando tanto observaciones de la tasa de interés bancada activa como de la tasa de operaciones de reporte (ver el cuadro 1). El periodo de la estimación va de enero de 1980 a diciembre de 1990 para la tasa de interés bancada, y de enero de 1989 a mayo de 1991 para el caso de la tasa de operaciones de reporte.

Cuadro 1
Estimación de MCO y pruebas de correlación serial y errores ARCH

Para i_t = tasa de interés activa bancaria				
	β_0	β_1	β_2	Rho
	0.04283	1.08188	1.04861	0.26035
	(1.919)	(5.414)	(6.808)	(3.113)
DW	ARCH1	ARCH4	Q	
1.879	0.035	19.884	40.5330	
Para i_t = rendimiento de operaciones de reporte				
	β_0	β_1	β_2	Rho
	0.00179	0.91510	0.84184	0.22311
	(0.009)	(1.501)	(2.327)	(1.220)
DW	ARCH1	ARCH4	Q	
1.803	0.296	10.888	13.268	

Los estadísticos T se encuentran entre paréntesis debajo de cada coeficiente. DW es la prueba Durbin-Watson, Q es la prueba de Box-Pierce. ARCH1 y ARCH4 son las pruebas LM (multiplicadores de Lagrange) de errores de orden 1 y 4, respectivamente, bajo el supuesto que el coeficiente de la desviación estándar condicional es distinta de cero. Los valores Q, ARCH1, ARCH4 se distribuyen como χ^2 .

El análisis de los resultados revela que la constante B_0 es significativa al 95% de confianza sólo para el caso en que se emplea la tasa de interés activa; cuando se emplea la tasa de operaciones de reporte la constante no es relevante. El parámetro B_1 es significativo al 95% en ambos casos y cercano a uno. El pará-

expresión. En el caso peruano es conveniente usar la forma extendida, ya que las variaciones son bastante grandes durante el periodo de hiperinflación.

metro β_2 , relativo a la variable «ATIPICO», también es significativo al 95% de confianza en ambos casos. El método de Cochrane-Orcutt corrige el problema de autocorrelación de primer orden, lo que se constata al caer el estadístico Durbin-Watson en la región de rechazo de la posibilidad de existencia de dicho problema. Asimismo, el estadístico Q de Box-Pierce permite en ambos casos rechazar la hipótesis de autocorrelación de mayor orden al 95% de confianza. En ambos casos también se observa que la estructura de errores sigue un proceso ARCH4, al tiempo que se rechaza la hipótesis de un proceso ARCH1 al 95% de confianza¹².

Estos resultados inducirían a aceptar preliminarmente la hipótesis de Fisher, pues el coeficiente de la diferencia de tasas de interés es cercano a uno. Sin embargo, como el coeficiente de la constante no es significativo del todo, se abre la posibilidad de la existencia de una prima por riesgo. Además, la presencia de un efecto ARCH de orden cuatro podría estar sesgando los estimados.

En la mayoría de estudios hechos para países con inflación baja, con un mercado de capitales desarrollado, se obtienen resultados bastante divergentes de la hipótesis de Fisher¹³. En dichos estudios se determina que el coeficiente β_1 es negativo, lo que indica que ante un aumento de la tasa de interés interna la moneda local se revalúa, en vez de devaluarse como lo sugiere la hipótesis de Fisher; esto se debería a que prevalece el efecto liquidez sobre el efecto Fisher. Al contrario, lo que estaría prevaleciendo en el caso peruano sería el efecto Fisher, dadas las características de la política de tasas de interés en el Perú. En el periodo revisado fue el BCR la institución que reguló las tasas de interés, estableciendo tasas activas y pasivas máximas, las que fueron reajustadas conforme la inflación se aceleró. Por lo tanto, era de esperar que el coeficiente de regresión fuera positivo, en vez de negativo como en las economías con baja inflación.

3.2 Aplicación del método de Filtros de Kalman

En el análisis de regresión tradicional se supone siempre que los parámetros son constantes. Sin embargo, existen razones para suponer que los parámetros de los modelos no son constantes, sino que cambian a través del tiempo. Los *shocks* pueden por ejemplo producir cambios económicos permanentes; asimismo, es factible la existencia de no-linealidades. Por otro lado, pueden darse problemas de agregación y errores de especificación. A esto habría que añadir la crítica de Lucas, que afirma que cambios frecuentes de la política económica y, de modo

12. También se efectuaron pruebas con una estructura de más rezagos, las que no fueron significativas al 95%.

13. Ver Domowitz y Hakkio (1985), Froot y Thaler (1990), y Hodrick y Srivastava (1984).

ARMANDO CACERES Y JAVIER NAGAMINE

más general, en el contexto macroeconómico, institucional y político, introducen inestabilidad en los parámetros estructurales.

La complicación puede ser salvada mediante el método de Filtros de Kalman, el cual permite estimar modelos que poseen parámetros cambiantes. La característica fundamental de este método es que el vector de parámetros fit, potencialmente distinto para cada periodo, está vinculado al vector de parámetros de periodos anteriores mediante una matriz de transición (que se supone conocida *a priori*). El modelo general de Filtros de Kalman puede ser formalizado en términos sencillos como:

$$y_t = x_t \beta_t + u_t \quad (8)$$

$$t = 1, 2, \dots, T$$

$$\beta_t = T \beta_{t-1} + v_t \quad (9)$$

$$t = 1, 2, \dots, T$$

$$\begin{pmatrix} u_t \\ v_t \end{pmatrix} \sim \text{RB} \left[0, \begin{pmatrix} H_t & 0 \\ 0 & Q_t \end{pmatrix} \right] \quad (10)$$

en donde x_t es un vector de variables exógenas, β_t es el vector de parámetros desconocidos y u_t es el vector de perturbaciones, con media cero y matriz covarianza H_t . T es una matriz fija y v_t es un vector de perturbaciones con media cero y matriz covarianza Q_t .

Se ha estimado en este estudio el modelo de Filtros de Kalman suponiendo que la matriz T es identidad, de modo tal que la matriz de coeficientes sigue un proceso de «camino aleatorio» (*random walk*). Los valores iniciales de H_t y Q_t son estimados usando las primeras cinco observaciones. Tanto la evolución de la constante como la del parámetro de la diferencia de tasas de interés muestran una relativa estabilidad en el periodo comprendido entre enero de 1980 a julio de 1985 (ver los gráficos 3 y 4).

Desde agosto de 1985 y hasta inicios de 1987 el parámetro de la constante registra relativa estabilidad, lo que coincide con la época en que el tipo de cambio libre empieza una etapa ascendente (con una inflación creciente). A partir de 1987 el parámetro de la constante entra a una etapa inestable que continúa hasta el final del periodo muestral, lo que coincide con la aceleración de la inflación y el inicio de la hiperinflación en el Perú.

Con respecto al parámetro de la diferencia de tasas de interés, éste se muestra estable entre agosto de 1985 (cuando registra un cambio importante respecto del periodo anterior) y agosto de 1988. A partir de setiembre de ese año, fecha en que la inflación mensual llega a 114% iniciándose el proceso hiperinflacionario, dicho parámetro se torna totalmente volátil, variando de positivo a negativo. Ello sucedió aun cuando el BCR trató de dar suficiente rentabilidad a los activos

Gráfico 3
 Coeficientes modelo UIP - Filtros de Kalman

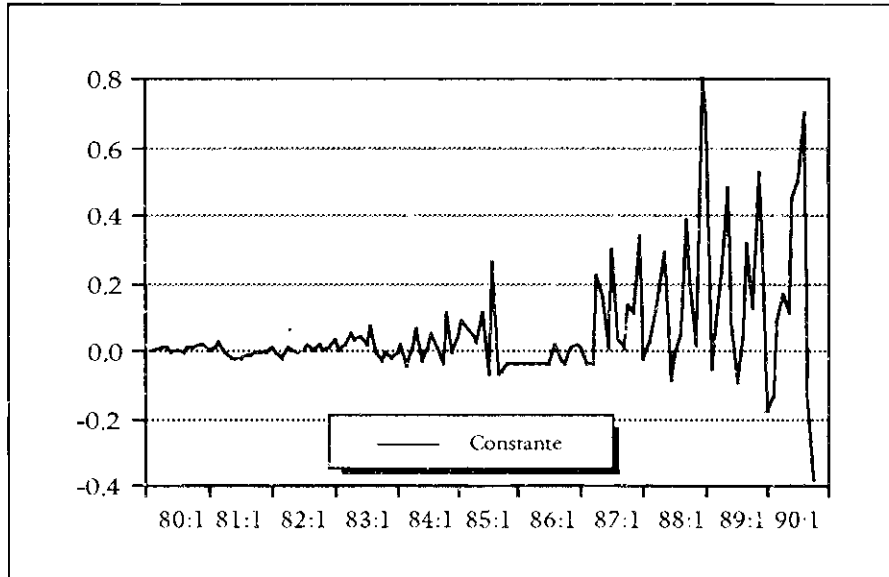
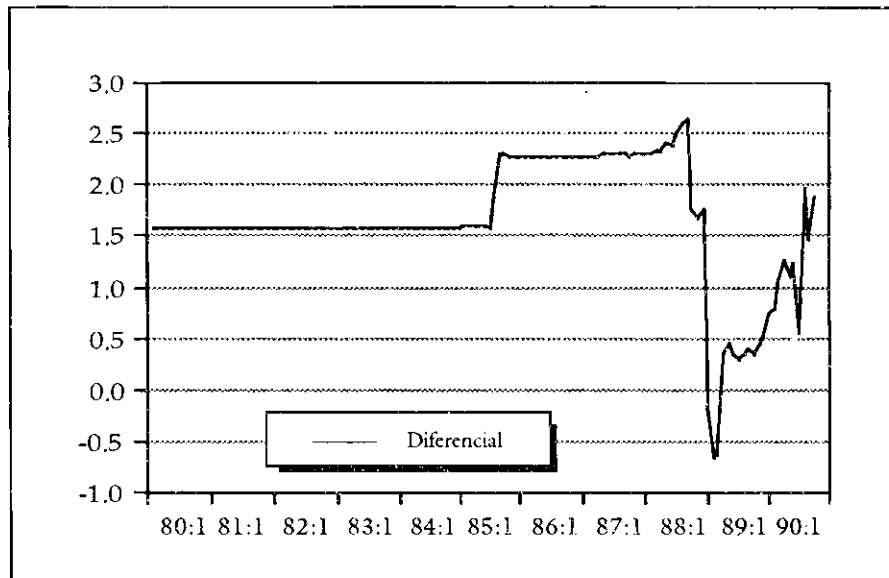


Gráfico 4
 Coeficientes modelo UIP - Filtros de Kalman



en moneda nacional aumentando el tope a la tasa de interés, y trató además de controlar la liquidez mediante aumentos en el nivel de encaje marginal, para evitar la subida del tipo de cambio libre. Ambas políticas hicieron que el valor del tipo de cambio libre se torne volátil, lo que explicaría el parámetro errático de la diferencia de tasas de interés. Se aprecia además que existe en todo el periodo muestral una desviación respecto a $B=1$ persistente en dicho parámetro, debido principalmente a la regulación de las tasas de interés y a la errática política monetaria del BCR¹⁴. Dicha desviación del valor unitario servirá más adelante para el proceso de estimación del riesgo variante en el tiempo.

3,3 Estimación según el método ARCH-M

La estimación mediante MCO sugirió que era posible la existencia de una prima de riesgo en la función de determinación del tipo de cambio. Ello hace necesario, como se dijo anteriormente, la estimación de un modelo que sigue un proceso ARCH-M, tal como el que se especifica a continuación:

$$\frac{S_{t+1} - S_t}{S_t} = \beta_0 + \beta_1 \frac{i_t - i_t^*}{1 + i_t^*} + \beta_2 \text{ATIPICO}_t + \beta_3 \log h_t + \varepsilon_{t+1} \quad (11)$$

$$\varepsilon_t / I_{t-1} \sim N(0, h_t^2) \quad (12)$$

$$H_t^2 = \alpha_0^2 + \alpha_1^2 \sum_{\tau=1}^n w_\tau \varepsilon_{t-\tau}^2 \quad (13)$$

$$w_\tau = \frac{(n+1) - \tau}{(n+1)(n/2)} \quad (14)$$

donde n es el número de rezagos.

En este modelo específico, el proceso ARCH se caracteriza porque la varianza condicional depende de los cuatro rezagos anteriores. Para evitar el cálculo de cinco parámetros para la función de varianza, se supone que ésta sigue una

14. El BCR, ante el aumento del valor del tipo de cambio libre, utilizó mecanismos de contracción de la liquidez, como la elevación de los niveles de encaje. Este era un modo de contrarrestar la excesiva emisión primaria que financiaba el déficit fiscal.

estructura de rezagos con ponderación decreciente (ver la ecuación 14), lo que hace menos tediosa la estimación, pues el número de parámetros de la varianza condicional por estimar se reduce de cinco a dos. En este caso se emplea una estructura de ponderación decreciente de orden cuatro, de acuerdo con los resultados obtenidos en la sección anterior.

Cuadro 2

Maximización no lineal - algoritmo BHHH			
Observaciones totales	132	Perdidos	0
Observaciones utilizables	132	Grados de libertad	126
Valor final de la función	578.59394		
i_t = tasa de interés activa bancaria			
Variable	Coficiente	Error estándar	T Estadístico
β_0	-0.1087535	0.01461	-7.446
β_1	2.0700370	0.07053	29.349
β_2	0.7967980	15.79821	0.051
β_3	-0.0348356	0.00361	-9.659
α_0	0.0265018	0.00286	9.255
α_1	0.0272952	0.00212	12.894

Cuadro 3

Maximización no lineal - Algoritmo BHHH			
Observaciones totales	29	Perdidos	0
Observaciones utilizables	29	Grados de libertad	23
Valor final de la función	81.377903		
i_t = operaciones de reporte			
Variable	Coficiente	Error estándar	T Estadístico
β_0	-1.3532540	0.367311	-3.684
β_1	1.3682410	0.206527	6.625
β_2	0.7833571	11.248580	0.070
β_3	-0.6094957	0.199835	-3.050
α_0	0.1165718	0.025108	4.643
α_1	0.0337127	0.010326	3.265

De acuerdo a los resultados obtenidos (ver los cuadros 2 y 3), todos los coeficientes excepto uno (el coeficiente de la variable ATIPICO) son significativos al 95%, existiendo un efecto ARCH (α_i) y una prima por riesgo variante en el

tiempo (P3). El coeficiente del valor ATIPICO no es significativo en los dos casos porque el modelo ARCH estaría tomando en cuenta este efecto a través de la varianza.

Al observar la evolución de los estimados, tanto en la estimación correspondiente a la tasa de interés activa bancaria como en la correspondiente a la tasa de operaciones de reporte (ver los gráficos 5 al 12), se constata que la prima por riesgo y la desviación estándar condicional varían en gran magnitud ante un cambio de gobierno o ante la ocurrencia de un hecho importante. Tal fue el caso de la maxidevaluación de agosto de 1983 previa a la aplicación de la «tablita», el cambio de gobierno en julio de 1985, la estatización de la banca, la devaluación de fines de 1988 y el ajuste de agosto de 1990. Ante estos hechos los intervalos de confianza de predicción se amplían, aumentando la incertidumbre del valor predicho. Como los rendimientos de las operaciones de reporte son mayores que la tasas de interés activa bancaria, la prima por riesgo es mayor en el primer caso que en el segundo: a mayor rendimiento mayor riesgo. Esto prueba la existencia de la prima por riesgo y además que ésta varía en el tiempo.

Resultados del modelo: tasa de interés activa

Gráfico 5
Desviación estándar condicional. En puntos porcentuales

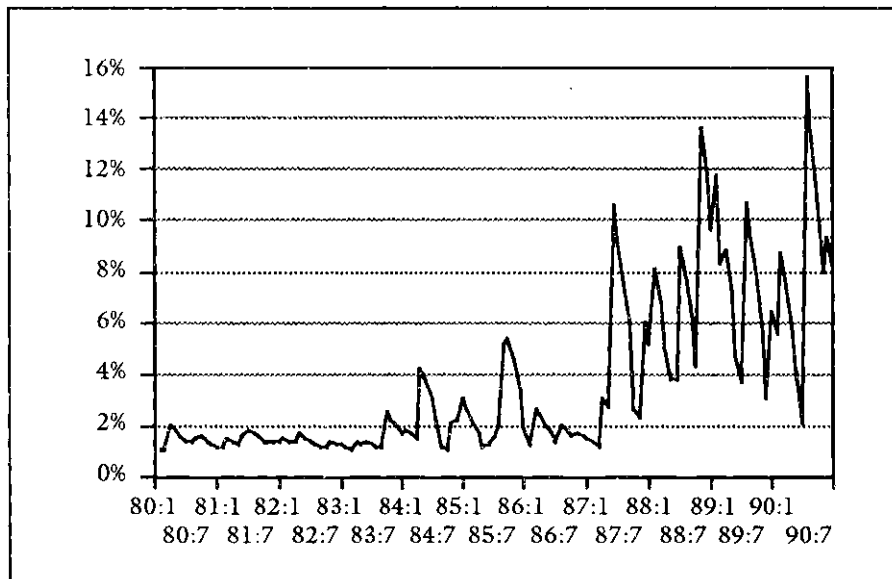


Gráfico 6
Premio de riesgo - En puntos porcentuales

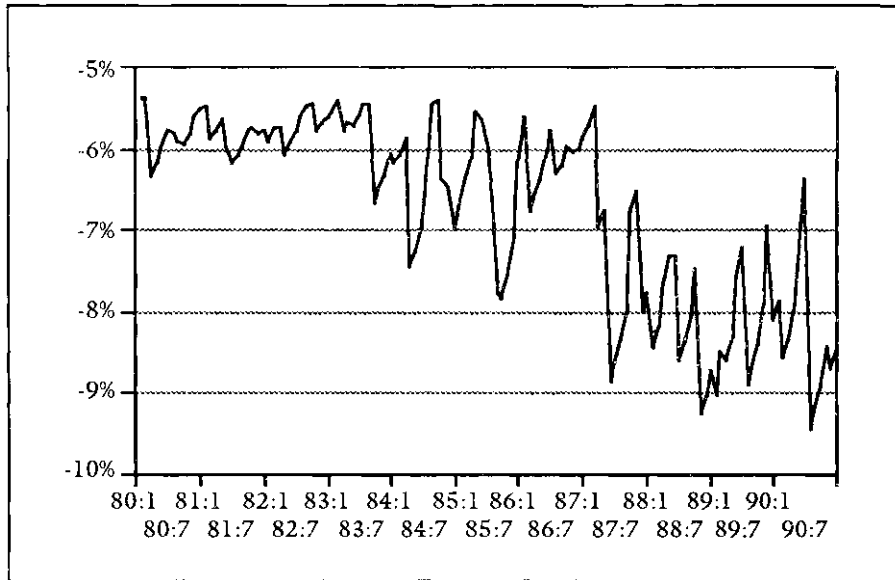


Gráfico 7
Variación del tipo paralelo - Valor estimado y observado

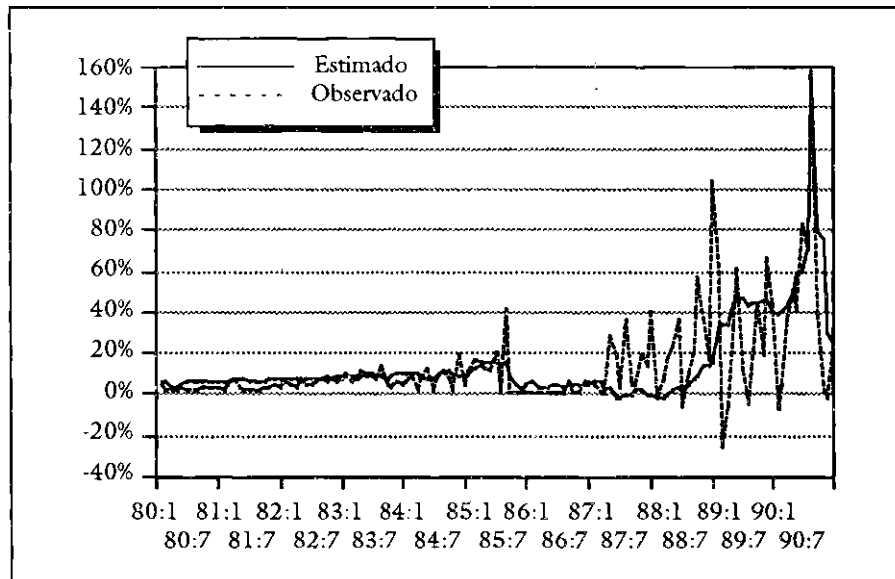
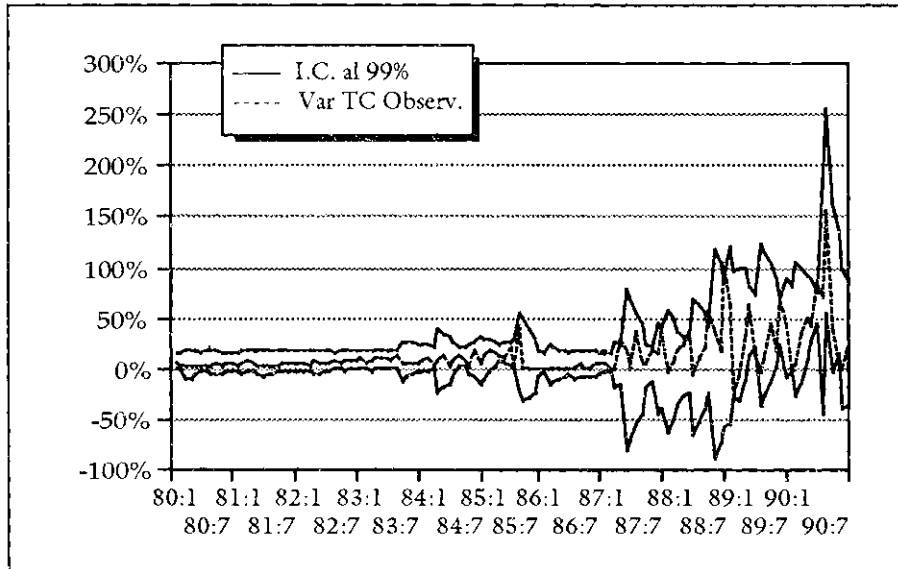


Gráfico 8
Variación del tipo paralelo - Intervalos de confianza al 99%



Resultados del modelo: Tasa de operaciones de reporte

Gráfico 9
Desviación estándar condicional. Valor en porcentaje

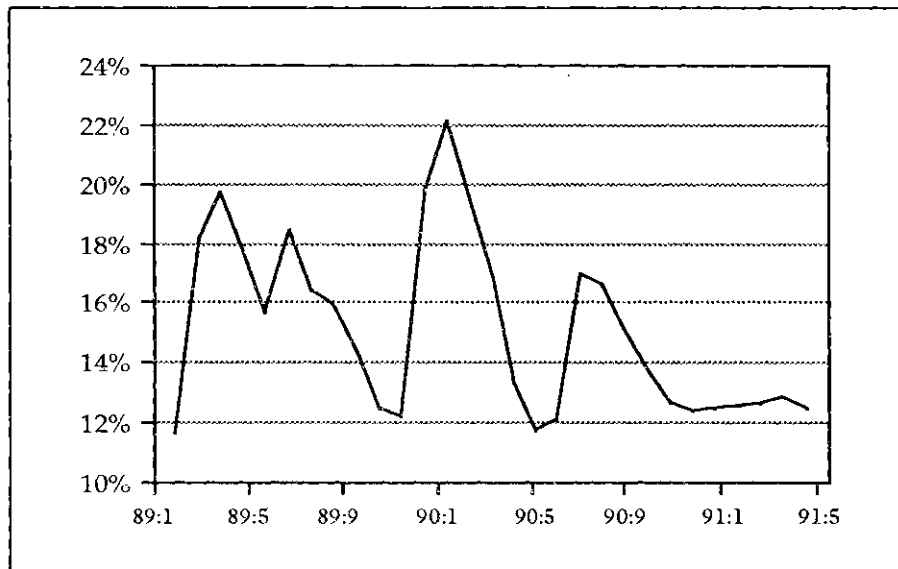


Gráfico 10
Premio de riesgo - Valor en porcentaje

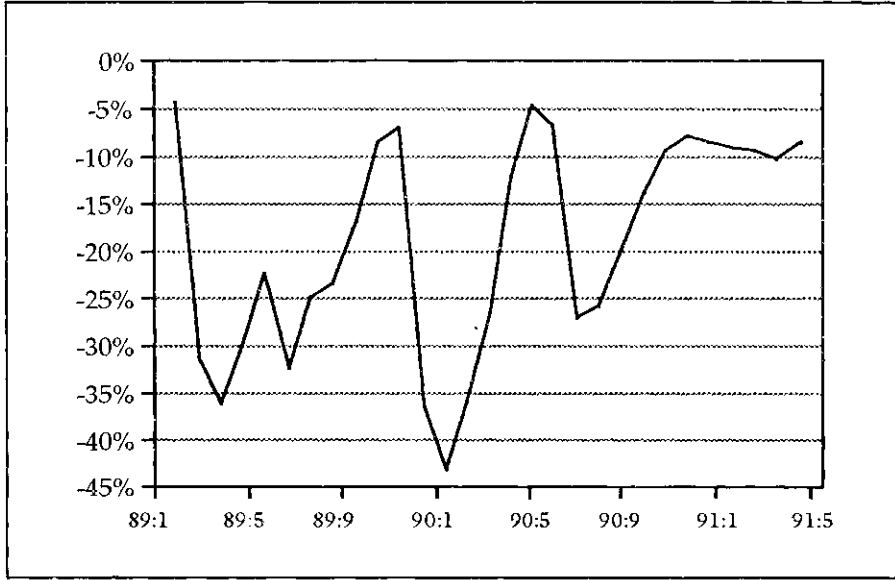


Gráfico 11
Variación del tipo de cambio paralelo - Valor estimado y observado

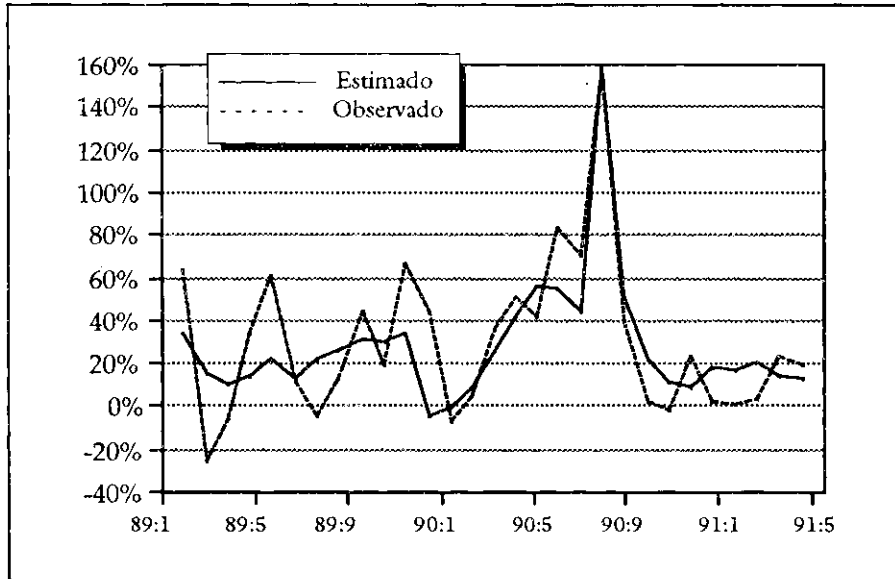
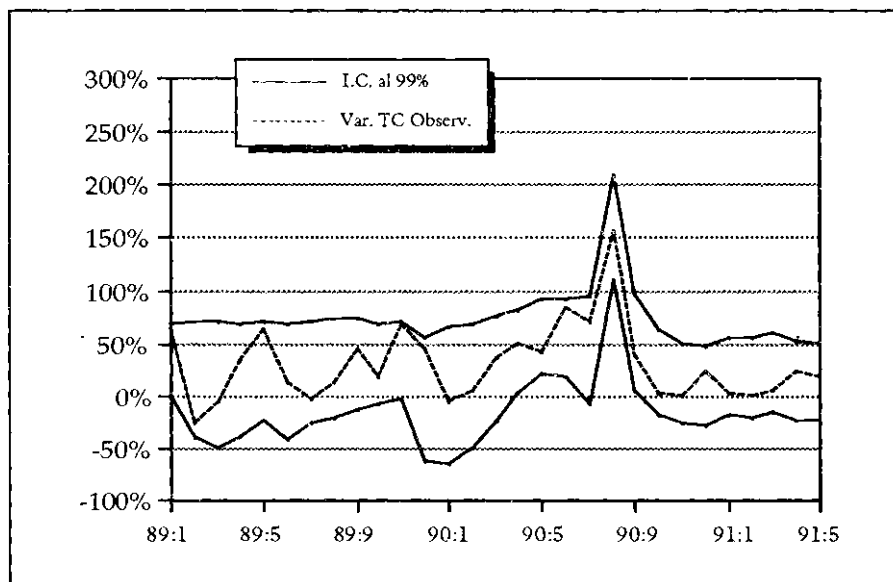


Gráfico 12
Variación del tipo de cambio paralelo - Intervalos de confianza al 99%



4. Conclusiones

Se ha presentado aquí un modelo de portafolio para explicar la determinación del tipo de cambio libre en la economía peruana, el cual está basado en el modelo UIP (*Uncovered Interest Parity*) de Fisher, al cual se incorpora un componente de riesgo (que se ha estimado por medio del modelo ARCH-M).

Se ha podido comprobar, en primer lugar, que para el caso peruano no se cumple la hipótesis de Fisher de igualación de rentabilidades de activos denominados en diferentes monedas. Al hacer la regresión de la variación del tipo de cambio respecto a la diferencia en las tasas de interés, se descubre la existencia de un coeficiente B no unitario. Ello hace suponer la existencia de una prima por riesgo, que debe ser positiva debido a que los activos en moneda nacional son más riesgosos que los activos extranjeros: la tasa de interés interna ha sido más alta que la externa. Con el método de Filtros de Kalman se ha hecho un seguimiento de cómo varía la desviación del parámetro unitario respecto a modificaciones de régimen (cambios de gobierno e inicio de la hiperinflación), comprobándose que la existencia de la diferencia persiste a lo largo de toda la muestra y muestra cierta variabilidad.

Esta variabilidad en los parámetros es capturada de manera satisfactoria por el modelo ARCH. Dada la volatilidad del tipo de cambio, la precisión de la predicción del tipo de cambio futuro por parte de los agentes económicos varía significativamente. En periodos de calma los agentes pueden especular acerca del futuro sin tener que arriesgarse demasiado. En contraste, en periodos volátiles o de gran variación (hacia arriba y hacia abajo), la especulación en el mercado cambiado es bastante riesgosa. La prima por riesgo se ajusta de manera tal que induce a los agentes económicos a asumir riesgos asociados con la tenencia de un activo riesgoso.

Bibliografía

BAILLIE, Richard y Patrick MCMAHON

1990 **The Foreign Exchange Market.** Cambridge University Press.

BLEJER, Mario

1984 «Interest Rate Differentials and Exchange Risk: Recent Argentine Experience». En: **Staff Papers**, Vol 29, No. 2.

CAGAN, Phillip

1956 «The Monetary Dynamics of Hyperinflation». En: FRIEDMAN, Milton (ed.): **Studies in the Quantity Theory of Money.** The University of Chicago Press.

CUMBY, Robert y Maurice OBSTFELD

1984 «International Interest Rate and Price Level Linkages under Flexible Exchange Rates: A Review of Recent Evidence». En: BILSON John y Richard MARSTON: **Exchange Rate Theory and Practice.** NBER.

DOMOWITZ, Ian y Craig HAKKIO

1985 «Conditional Variance and the Risk Premium in the Foreign Exchange Market». En: **Journal of International Economics**, 19.

DORNBUSCH, Rudiger

1978 «Monetary Policy under Exchange Rate Flexibility». En: LESSARD, D.R: **International Financial Management.** Institute for International Economics. Washington D.C.

ENGLE, Robert

1982 «Autoregressive Conditional Heteroscedasticity with Estimates of the Variance of the UK Inflation». En: **Econometrica** Vol 50.

ENGLE, Robert F., David LILIEN y Russell ROBINS

1987 «Estimating Time Varying Risk Premia in the Term Structure: The ARCH-M Model». En: **Econometrica**, Vol 55, No. 2.

FISHER, Irving

1930 **The Theory of Interest.** New York, McMillan.

FRENKEL, Jacob y Richard LEVICH

1975 «Covered Interest Arbitrage: Unexploited Profits». En: **Journal of Political Economy**, Vol 83.

FRIEDMAN, Milton

1968 «The Role of Monetary Policy». En: **American Economic Review**, 58.

FROOT, Kenneth y Richard THALER

1990 «Anomalies: Foreign Exchange». En: **Journal of Economic Perspectives**, Vol 4, No. 3.

HODRICK, Robert y Sanjay SRIVASTAVA

1984 «An Investigation of Risk and Return in Forward Exchange Market». En: **Journal Of International Money and Finance**, 3.

LIZONDO, José

1983 «Interest Differential and Covered Arbitrage». En: ASPE, Pedro, Rudiger DORNBUSCH y Maurice OBSTFELD: **Financial Policies and the World Capital Market: The Problem of Latin American Countries**. NBER.

LUCAS, Robert

1973 «Some International Evidence on Output-Inflation Trade-offs». En: **American Economic Review**, 63.

TAPIA, Joaquín

1990 «Diferenciales de tasas de interés y paridad del poder de compra en regímenes cambiados flexibles: la experiencia mexicana 1978.01-1987.02». En: **El Trimestre Económico**, Vol. LVII (3) No. 227.

Anexo

1. Los modelos ARCH¹

Por lo general, los modelos econométricos tradicionales suponen una varianza de predicción constante, esto es, suponen la inexistencia de heteroscedasticidad. Sin embargo, en muchas series de datos se da un tipo de proceso estocástico, llamado proceso ARCH (*Autorregresivo Conditional Heteroskedasticity*). Este es un proceso de media cero, correlacionado con varianza no constante condicional en el pasado, pero con varianza no condicional constante. El modelo ARCH permite una especificación para la media donde la varianza cambia estocásticamente a través del periodo muestral.

El modelo de regresión ARCH se obtiene suponiendo que la media de y_t (la variable dependiente) está dada por $x_t \beta$, una combinación lineal de variables endógenas y exógenas incluidas en el conjunto de información Ω_{t-1} , donde β es un vector de parámetros no conocidos. Formalmente el modelo se especifica del siguiente modo:

$$y_t / \Omega_{t-1} \sim N(x_t \beta, h_t^2) \quad (1)$$

$$h_t^2 = h(\varepsilon_{t-1}, \varepsilon_{t-2}, \dots, \varepsilon_{t-p}, \alpha) \quad (2)$$

$$\varepsilon_t = y_t - x_t \beta \quad (3)$$

donde h_t^2 es la función de varianza, y puede incluir también las variables exógenas que pertenecen al conjunto de información Ω_{t-1} . En este caso la función la varianza toma la siguiente forma:

$$h_t^2 = h(\varepsilon_{t-1}, \varepsilon_{t-2}, \dots, \varepsilon_{t-p}, x_t, x_{t-1}, \dots, x_{t-p}, \alpha) \quad (4)$$

o de manera simplificada

$$h_t^2 = h(\Omega_{t-1}, \alpha) \quad (5)$$

2. El modelo ARCH-M

El modelo ARCH-M (ARCH en la Media), como el modelo ARCH original, supone que los errores son heteroscedásticos, pero adicionalmente supone que

1. La discusión que sigue está basada en Engle (1982).

la varianza (o desviación estándar) de cada observación afecta la media. El modelo general se plantea como:

$$y_t/x_t, \Omega_{t-1} \sim N(\beta' x_t + \delta h_t, h_t^2) \tag{6}$$

$$h_t^2 = \alpha' W_t \eta_t + \gamma' Z_t \tag{7}$$

donde x_t es un vector ($k \times 1$) de variables exógenas y Z_t es un vector ($j \times 1$) de variables dependientes rezagadas. El vector Z_t incluye una constante cuyo coeficiente representa el componente no variable de h_t (desviación estándar). El vector de orden ($p \times 1$) $\Omega_t = (\varepsilon_{t-1}^2, \dots, \varepsilon_{t-p}^2)$ considera ε_t como los errores, los cuales están dados por $y_t - \beta' x_t - \delta h_t$. La matriz W ($q \times p$) contiene una serie de constantes fijas que son usadas para imponer restricciones o patrones de comportamiento al cuadrado de los errores pasados. En el caso más simple la matriz W sería una matriz identidad. Los vectores de parámetros de la función de la varianza h_t^2 son α de orden ($q \times 1$) y τ de orden ($j \times 1$) y los vectores de los parámetros de la media son β de orden ($k \times 1$) y δ de orden (1×1). Estos parámetros pueden ser representados en un vector $\phi' = (\alpha', \tau', \beta', \delta')$ de orden ($m \times 1$) donde $m = q + j + k + 1$. El modelo supone además que la variable endógena y_t se distribuye como una normal con media $x_t \beta + \delta h_t$ y varianza h_t^2 .

3. Estimación del modelo ARCH

Los modelos ARCH dependen del supuesto de normalidad de la variable endógena o de los errores. Para poder estimar el modelo ARCH se debe definir en primer lugar la función de densidad conjunta de los errores ($\pi f(y, \theta)$). Como ésta se definió a priori como normal, se obtiene lo siguiente:

$$\frac{1}{(\sqrt{2\pi})^n h_t^n} \exp \left(-\frac{1}{2} \sum \frac{\varepsilon_t^2}{h_t^2} \right) \tag{8}$$

Por analogía, la función de densidad conjunta de la variable endógena y_t es:

$$L = \frac{1}{(\sqrt{2\pi})^n h_t^n} \exp \left[-\frac{1}{2} \sum \frac{(y_t - X_t \beta - \delta h_t)^2}{h_t^2} \right] \tag{9}$$

La función de densidad conjunta como función de los parámetros es denominada la función de verosimilitud de dichos parámetros. Usualmente, en vez de maximizar la función de verosimilitud resulta más conveniente maximizar el logaritmo de la función. Tomando logaritmos a la ecuación (8) se obtiene:

$$\log L = -\frac{n}{2} \log(2\pi) - n \log h_t - \frac{1}{2} \sum \left[\frac{\varepsilon^2}{h_t^2} \right] \quad (10)$$

$$L(\varnothing) = \sum_t L_t(\varnothing); L_t(\varnothing) = -\log(h_t) - \varepsilon_t^2 / 2h_t^2 \quad (11)$$

donde el término constante ha sido omitido. Esta función se maximiza con respecto a los parámetros desconocidos Φ .

Las condiciones de primer orden para un máximo de la función de verosimilitud en el conjunto de parámetros θ^* estarían dadas por²:

$$\frac{\partial \log L}{\partial \varnothing} = 0 \text{ cuando } \varnothing = \varnothing^* \quad (12)$$

La estimación y la comprobación pueden ser llevadas a cabo en términos de esta derivada. La derivada de L respecto de \varnothing puede ser reducida en términos de la matriz de puntajes S de orden (T x m) con el siguiente elemento típico:

$$[S]_{ti} = \frac{\partial L_t}{\partial \varnothing_i} \quad (13)$$

Como

$$\frac{\partial L}{\partial \varnothing} = S' i \quad (14)$$

donde i es un vector unitario de orden (T x 1), la condición de primer orden es:

$$S' i = 0 \quad (15)$$

A esta ecuación se le conoce como la ecuación de verosimilitud. Aunque a veces es de fácil solución, por lo general es no lineal, por lo que resulta mejor, para efectos de cálculo, que sea resuelta por métodos iterativos. Para ello pueden

2. La derivada analítica de L respecto a los parámetros es:

$$\frac{\partial L_t}{\partial \varnothing} = \sum ([\varepsilon_t^2 - h_t^2 - h_t \delta \varepsilon_t] h_t^{-4}) \frac{\partial h_t^2}{\partial \varnothing} \cdot \frac{1}{2} - \sum \left[\frac{\varepsilon_t}{h_t^2} \right] \left[\frac{\partial \beta'}{\partial \varnothing} \right] \quad (1)$$

utilizarse métodos iterativos como los algoritmos de Newton-Raphson o el Gauss-Newton.

Un método alternativo es el método de tanteo (*scoring algorithm*). Si ϑ_0 es un valor de la muestra de la estimación, desarrollando $\partial \log L / \partial \vartheta$ y conservando solamente la primera potencia de $\delta\vartheta = \vartheta - \vartheta_0$, se obtiene:

$$\frac{\partial \log L}{\partial \vartheta} = \frac{\partial \log L}{\partial \vartheta_0} + \delta\vartheta \frac{\partial^2 \log L}{\partial \vartheta_0^2} \tag{16}$$

Si se dispone de muestras grandes se puede sustituir $-I(\vartheta_0)$ por la segunda derivada del logaritmo de máxima verosimilitud $(\partial^2 \log L) / \partial \vartheta_0^2$. De aquí se obtiene, utilizando la definición de $S(\vartheta)$ e $I(\vartheta)$:

$$\frac{\partial \log L}{\partial \vartheta} \sim S(\vartheta_0) - \delta\vartheta I(\vartheta_0) \tag{17}$$

En el máximo, la primera derivada del logaritmo de máxima verosimilitud $(\partial \log L / \partial \vartheta) = 0$; por lo tanto se puede despejar el factor de corrección $[\delta\vartheta]$ a partir del valor inicial ϑ_0 , como $S(\vartheta_0) / I(\vartheta_0)$. Con lo anterior, el valor ϑ_1 será igual a $\vartheta_0 + S(\vartheta_0) / I(\vartheta_0)$ y así sucesivamente. De esta manera se puede generar un algoritmo para obtener ϑ_i para $i=1, \dots, n$.

Para calcular este algoritmo se debe calcular la segunda derivada de L respecto de ϑ del logaritmo de máxima verosimilitud, es decir, el Hessiano de la función. Suponiendo que la función de máxima verosimilitud está correctamente especificada, puede obtenerse lo siguiente:

$$H_t = E \left[\begin{matrix} \frac{\partial L_t}{\partial \vartheta} & \frac{\partial L_t}{\partial \vartheta'} \\ \frac{\partial L_t}{\partial \vartheta} & \frac{\partial L_t}{\partial \vartheta'} \end{matrix} \right] = -E \left[\begin{matrix} \frac{\partial^2 L_t}{\partial \vartheta \partial \vartheta'} \end{matrix} \right] \tag{18}$$

donde H_t es la «matriz de información» de la t -ésima observación. Definiendo la información en la muestra H como el promedio de la información sobre cada observación:

$$H = E \left[\begin{matrix} S'S \\ T \end{matrix} \right] \tag{19}$$

Para la maximización de la función de verosimilitud se utilizó el algoritmo de Berndt, Hall, Hall y Hausman (BHHH). Este algoritmo tiene la ventaja de evitar el uso de segundas derivadas, reemplazándolas por el término mostrado en la ecuación (18), que consta sólo de primeras derivadas. La iteración típica de este algoritmo es:

$$\phi^{i+1} = \phi^i + \lambda (S'S)^{-1} S'i \quad (20)$$

donde lambda se obtiene a partir de ajustes a un valor inicial a priori igual a la unidad, y la matriz S se define como la matriz de las primeras derivadas evaluadas en ϕ^i ³.

Para verificar si los errores de la estimación de MCO siguen un proceso ARCH de primer orden (sólo un rezago del error en la varianza) se utiliza el estadístico ARCH1 que es una prueba de multiplicadores de Lagrange (LM) que se distribuye como χ^2 . El estadístico ARCH4 se utiliza para comprobar si los errores siguen un proceso de orden cuatro.

El cálculo de los Multiplicadores de Lagrange (LM) puede ser más simple si el modelo ya ha sido estimado bajo la hipótesis nula, de manera que éstos son fácilmente construibles a partir de la matriz de primeras derivadas o matriz de puntajes, S. Si se supone que la hipótesis nula específica que ϕ contiene a ϕ^0 - que es un subconjunto propio de ϕ - y se denomina a S^0 como la matriz de puntajes calculados (suponiendo que el modelo más general es el verdadero, pero evaluados en los parámetros estimados bajo la hipótesis nula), entonces los puntajes correspondientes a los parámetros restringidos serán los multiplicadores de Lagrange, y sus varianzas estarán dadas por la matriz de información. La prueba LM puede ser construida como:

$$\begin{aligned} \phi_{LM} &= i'S^0(S^0' S^0)^{-1} S^0' i \\ &= TR_0^2 \end{aligned} \quad (21)$$

donde R_0^2 es el R^2 obtenido de la regresión del vector unitario sobre la matriz de puntajes, asumiendo la hipótesis nula. Este estadístico adoptará asintóticamente la forma de una χ^2 con el número de grados de libertad de la restricción cuando la hipótesis nula sea cierta. Esto es fácilmente calculable a partir del R^2 de la primera iteración de BHHH, empezando por los estimados obtenidos bajo la hipótesis nula. Los test de LM son convenientes para probar las restricciones en las especificaciones de la media y la varianza dado que una reestimación puede ser costosa y la convergencia no está asegurada.

En los modelos en que la función de varianza ht depende sólo del intercepto y de una ponderación decreciente de los errores, con pesos linealmente decre-

3. Bajo condiciones suficientes de regularidad, una solución al proceso de iteración tendrá la siguiente propiedad:

$$(S/S)^{1/2} (\phi^* - \phi^0) \sim N(0, I) \quad (1)$$

donde ϕ^* es un estimador de máxima verosimilitud obtenido de la iteración de BHHH y ϕ^0 es el valor verdadero de los parámetros. A diferencia del modelo ARCH, esta matriz no es diagonal entre los parámetros de la media y los parámetros de la varianza.

cientes, estas restricciones están sujetas a una gran variedad de pruebas, que permiten cambios en las pendientes, perturbaciones estacionales, coeficientes libremente estimados y una gran variedad de variables observables tales como las tasas de interés, la volatilidad y las variables ficticias (*dummy*) para políticas económicas. Los modelos generalmente aceptan más de una forma parsimoniosa a niveles de significación apreciables porque están cerca de la verdadera especificación o porque existe poco poder en los datos para discriminar entre formulaciones alternativas de la varianza. Si la iteración de los modelos con menos restricciones de parámetros converge, es difícil pronosticar que los parámetros sean negativos. En este caso habrían muchos valores máximos locales y generalmente la verosimilitud sería mal obtenida. En estos casos la imposición de una especificación parsimoniosa (sencilla) para la función de la varianza, tales como pesos linealmente decrecientes, parece ser estadísticamente aceptable, útil para la estimación y económicamente razonable.